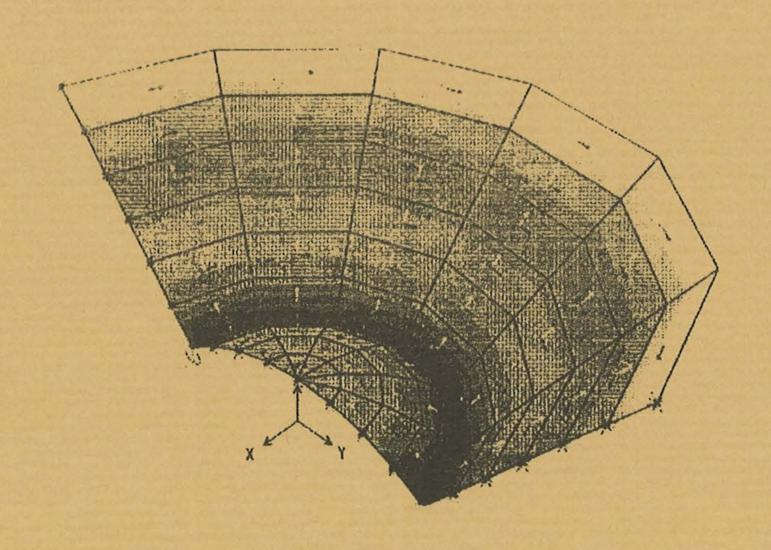
ANÁLISIS AVANZADO DE ESTRUCTURAS (y II)

EJEMPLOS RESUELTOS CON SAP2000

por

LINA PUERTAS DEL RÍO
FERNANDO CASTAÑÓN CRISTÓBAL



**CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE
ARQUITECTURA
DE MADRID***

ANÁLISIS AVANZADO DE ESTRUCTURAS (y II)

EJEMPLOS RESUELTOS CON SAP2000

por

LINA PUERTAS DEL RÍO
FERNANDO CASTAÑÓN CRISTÓBAL

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

Análisis avanzado de estructuras (II).
Ejemplos resueltos con SAP2000

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Composición y maquetación: Daniel Álvarez Morcillo.
CUADERNO 89.01
ISBN: 84-95365-63-4 (obra completa)
ISBN: 84-95365-62-6 (análisis avanzado de estructuras II)
Depósito Legal: M-45003-2000

Se presentan en estos dos cuadernos, algunos de los tipos estructurales analizados en la asignatura Cálculo de Estructuras III, durante los cursos académicos 1998-99 y 1999-00, en el semestre correspondiente a Análisis Avanzado de Estructuras.

En la mayor parte de estos ejemplos se presentan, de forma abreviada, los resultados obtenidos mediante un análisis manual del tipo estructural y los obtenidos mediante un análisis automático con un programa de elementos finitos, en este caso el programa SAP2000.

El objetivo pedagógico del presente trabajo pretende calibrar el grado de precisión de las diferentes herramientas a nuestro alcance, teniendo en cuenta las simplificaciones que normalmente se emplean en un análisis manual, y también el hecho de que no siempre son coincidentes en ambos análisis los parámetros de comportamiento del material, caso del análisis plástico.

Es evidente que para alguno de los ejemplos propuestos, un análisis con un programa de elementos finitos puede ser exagerado, situándose en el caso opuesto aquellos que por su extensión y complejidad en el grado de definición, requieren el empleo de una herramienta de este tipo para obtener una respuesta suficientemente precisa.

En un ámbito intermedio se sitúan aquellos casos en que un análisis manual predice claramente el comportamiento estructural del modelo, y un análisis automático permite completar y ajustar valores en zonas o elementos locales, permitiendo comprobar la corrección del dimensionado y las condiciones de vinculación.

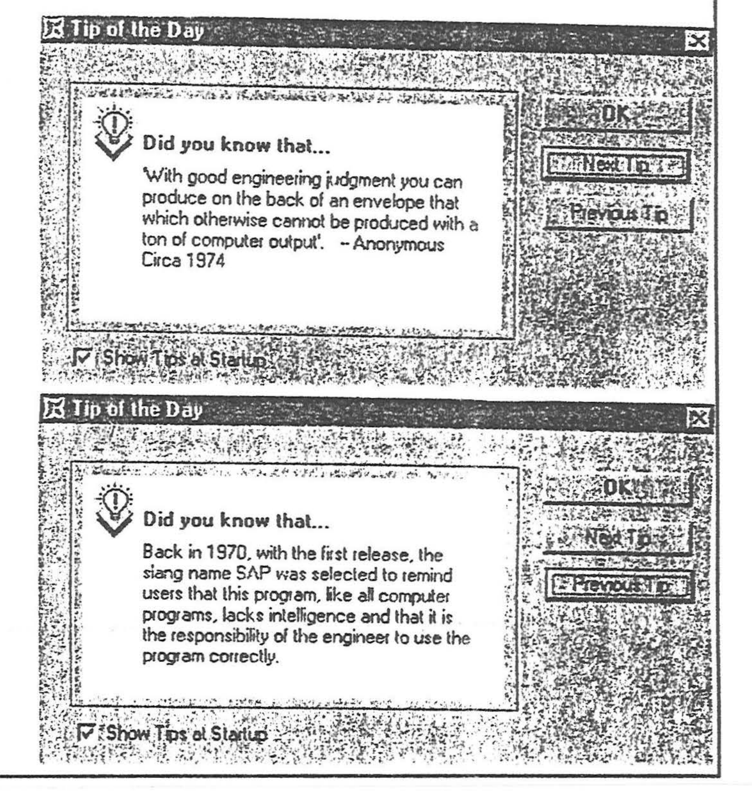
El uso de un programa de elementos finitos para el análisis de estructuras, no solo no exime de un conocimiento teórico y práctico del comportamiento estructural sino que exige del proyectista los conocimientos suficientes para interpretar correctamente los resultados y corregir los errores de diseño y dimensionado si los hubiese.

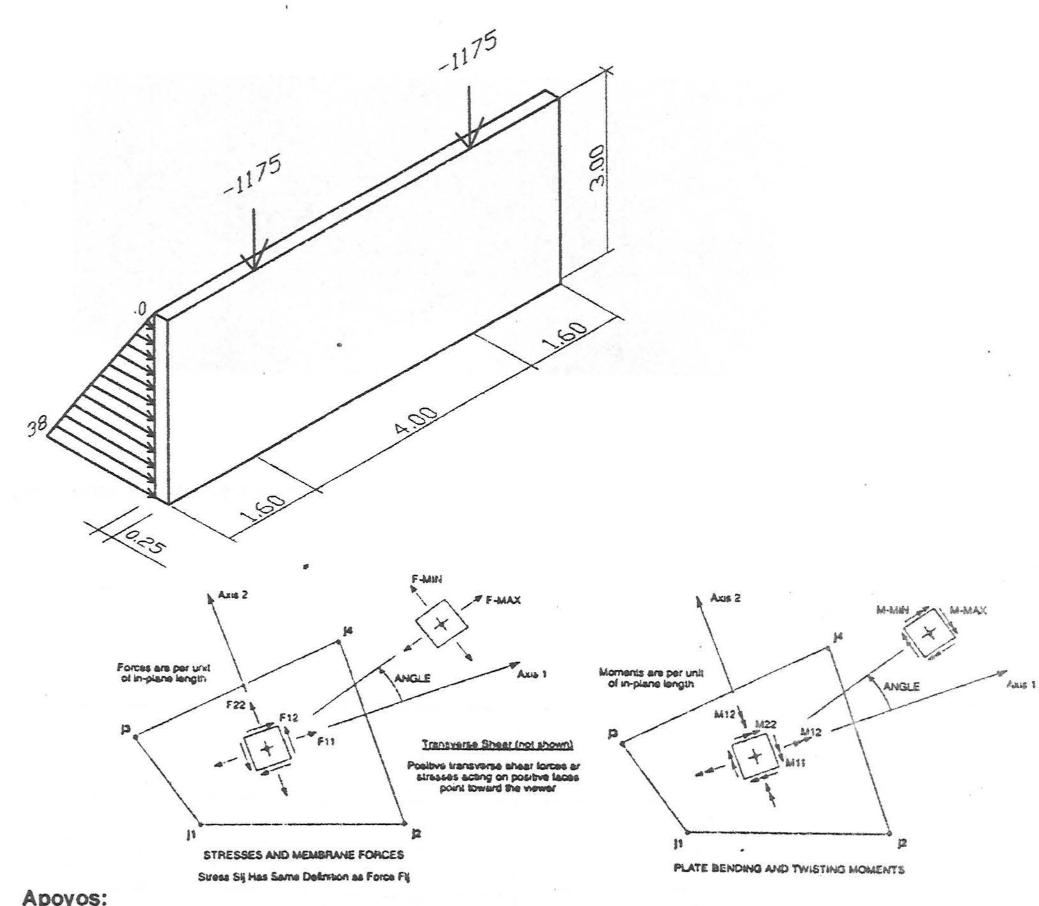
La herramienta específica que se maneja, el programa SAP2000, es uno de los programas existentes de mayor accesibilidad para su manejo completo por parte del usuario, incluso sin experiencia previa en este tipo de programas. Casi todos los ejemplos se han realizado con la versión educativa 6.06 de capacidad de procesado de 100 nudos, utilizando en otros la versión educativa 7.10 con capacidad de 30 nudos.

En la ejecución de estos ejemplos, han colaborado los alumnos:

Raul GASCON
Pedro TERRON
Mª Carmen MORENO DE VEGA y
Ricardo GARCIA

sobre las propuestas de los profesores Lina PUERTAS y Fernando CASTAÑON.





Apoyos:

Se analizará de forma separada para dos estados de apoyo :

1º Prévio a la construcción del forjado en cabeza del muro.

2º Después de la construcción del forjado.

Apoyos inferiores: Empotramientos. (Casos 1º y 2º)

Apoyos laterales: (U1,0,0,0,0,R3). (Casos 1º y 2º)

Apoyos superiores: (0,U2,0,0,0,0). (Caso 2º)

Cargas:

Estado 1: Dos cargas verticales puntuales de -1175 KN

Estado 2: Empuje horizontal perpendicular a la superficie desde 0 a 38 KN/m2

VIGA PARED

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCATIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.
file
new model from template
shear wall
number of spaces along x 8
number of spaces along z 3
space width along x 1
space width along z 1

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.
draw
edit grid
glue joints to grid lines
Comprobar que *lock grid lines* y *snap to grid lines* están desactivados.
direction x
move grid line
Cambiamos la coordenada x de -4, -3, 3, 4, a los valores -3.6, -2.8, 2.8, 3.6

6. CONDICIONES DE APOYO.
assign joint restraints

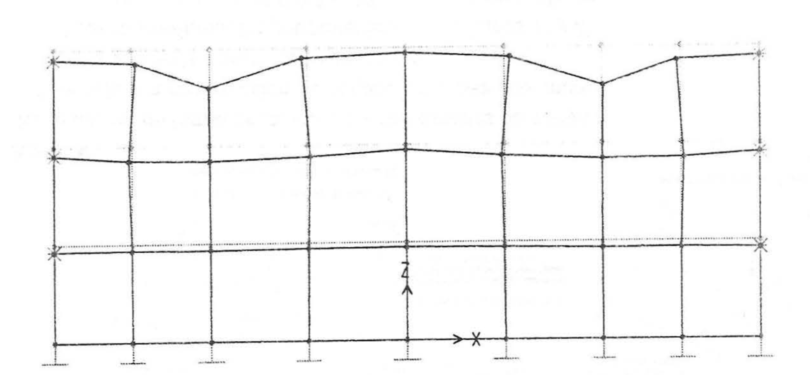
7. MATERIAL.
define materials
concrete
weight per unit volume
modulus of elasticity
poisson's ratio

8. SECCIONES.
define
shell sections
thickness
membrane 0.25
bending 0.25
type
shell

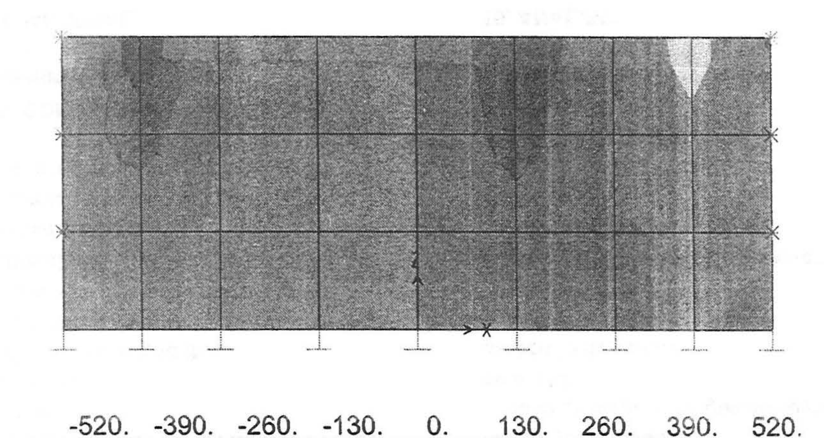
9. ESTADOS DE CARGA.
define
static load cases
load 1 (cargas puntuales)
self weight multiplier 1
load 2 (empuje)
self weight multiplier 1

define
joint patterns
assign joint loading
(caso de carga 1: cargas puntuales)
select all
assign joint patterns
constant C -12.66
constant D 38
Para más información *help search assign joint patterns.*
select all
assign shell static loads
pressure
by joint pattern -1
(caso de carga 2 : empuje)

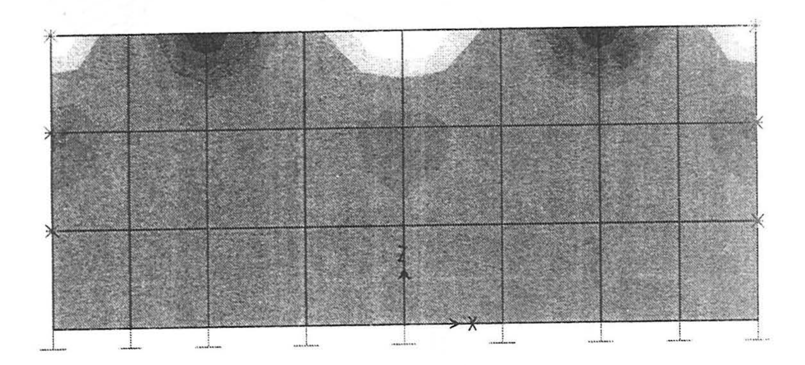
10. ANALISIS.
run analysis



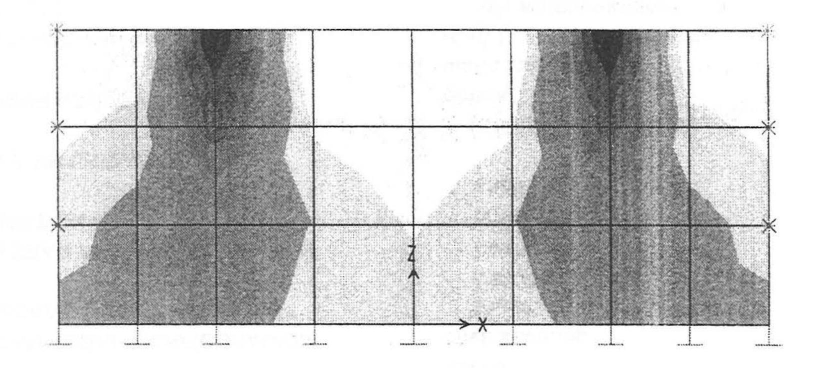
Deformada. m. (Carga vertical)



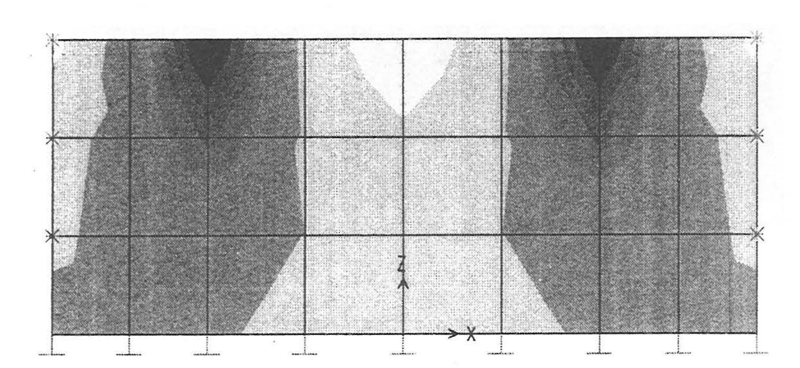
F 1-2. Kn / m. (Carga vertical)



F 1-1. Kn / m. (Carga vertical)

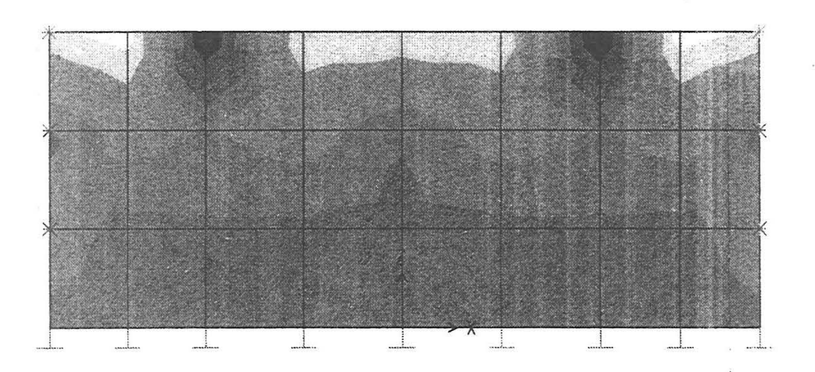


F 2-2. Kn / m. (Carga vertical)



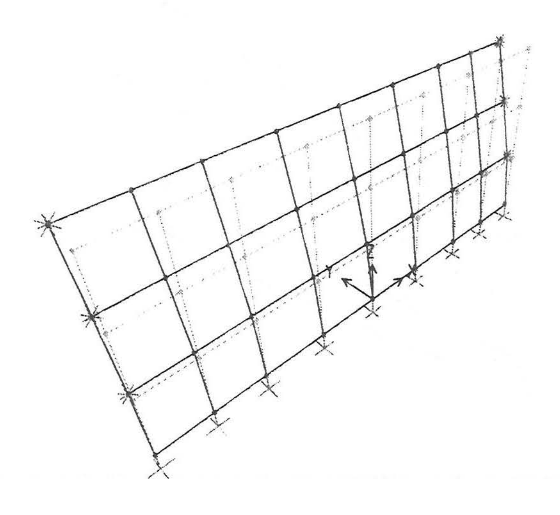
-1.36 -1.19 -1.02 -0.85 -0.68 -0.51 -0.34 -0.17 0.00 E+3

F.MIN (dirección ppal). Kn / m. (Carga vertical)

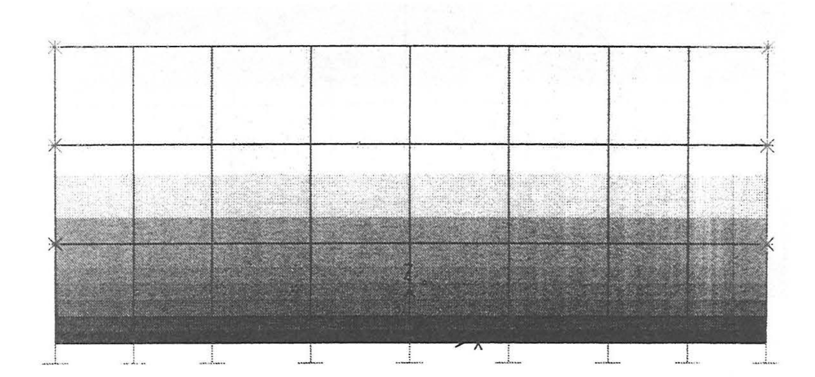


-270. -180. -90. 0. 90. 180. 270. 360. 450.

F.MAX (dirección ppal). Kn / m. (Carga vertical)

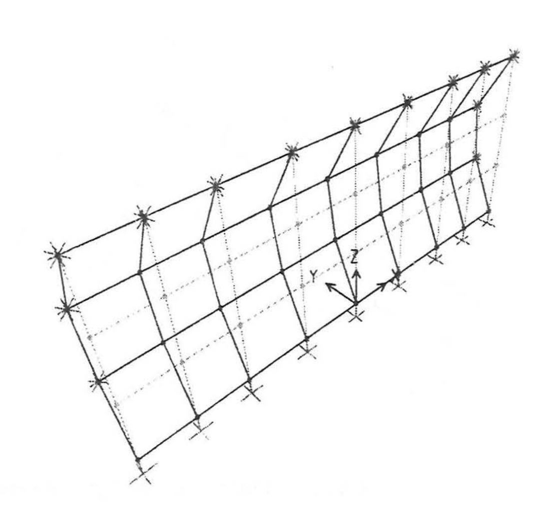


Deformada. m. (Empuje)

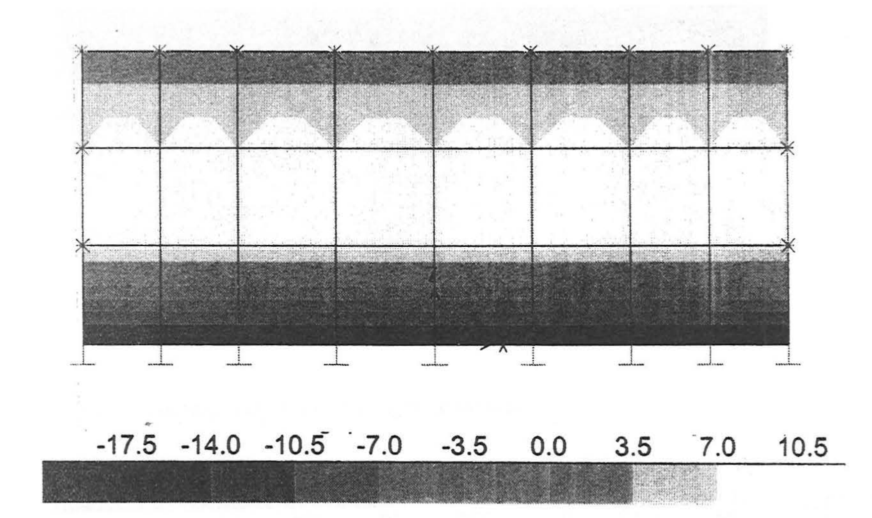


-52.0 -45.5 -39.0 -32.5 -26.0 -19.5 -13.0 -6.5 0.0

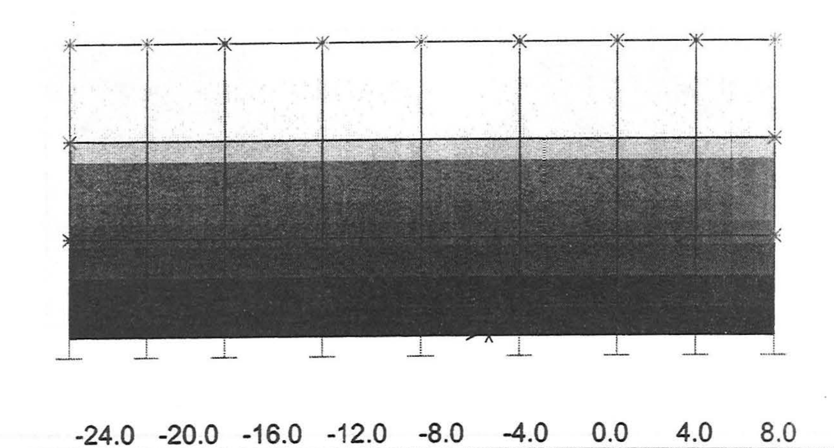
M 2-2. Kn / m. (Empuje)



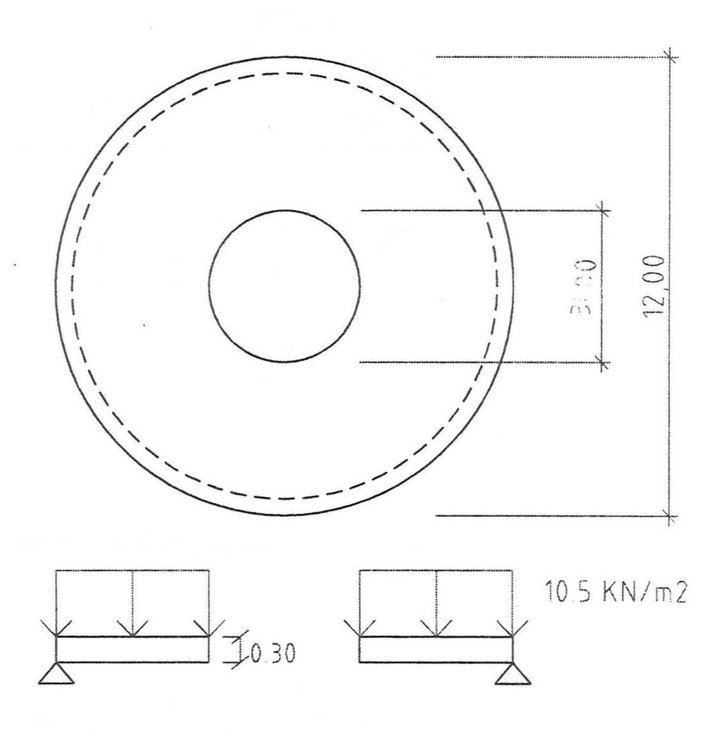
Deformada. m. (Empuje con apoyo en cabeza)



M 2-2. Kn / m. (Empuje con apoyo en cabeza)



V 2-3. Kn / m. (Empuje con apoyo en cabeza)



Apoyos:
Apoyos : (0,0,U3)

Cargas:
Sobrecarga : 3KN/m2
Peso propio : densidad del hormigón: 25 KN/m3 x 7.5 KN/m

PLACA CIRCULAR

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

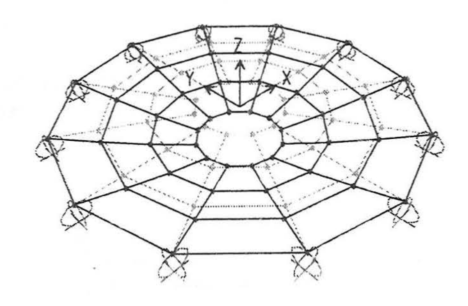
2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCACIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.
4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.
file
new model
cylindrical
number of grid spaces
x direction 4
y direction 12
z direction 1
grid spacing
x direction 1.5
y direction 30
z direction 1
5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.
quick draw shell element
(Con esta órden se definen rápidamente los elementos si la red está en planta (plano **xy**) ya que esta órden no se acepta si la red está en perspectiva. Si es así, puede emplearse **draw shell element**.)
Debido a la simetría, es opcional de cada alumno definir un cuarto, la mitad, o toda la estrutura; la única variación será deterninar las condiciones de simetría.
Definimos todos los elementos (48),en los cuales los grados de libertad considerados en el cálculo son la flecha y los giros según los ejes contenidos en el plano de la placa.
Para ubicar el patio central deberemos borrar los elementos que sean necesarios (12).
5.1. BORRAR ELEMENTOS YA DEFINIDOS.
seleccionamos elementos
edit
delete
refresh window

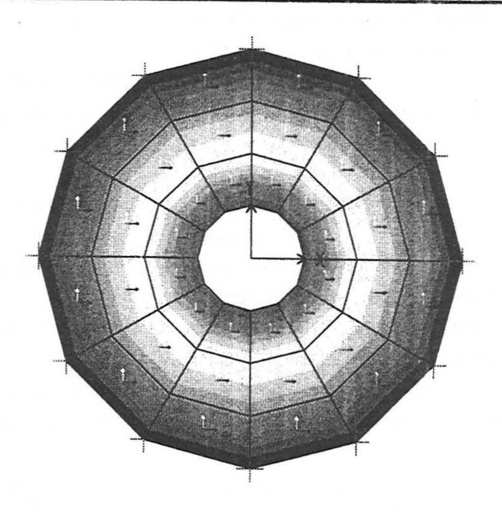
6. CONDICIONES DE APOYO.
seleccionamos apoyo (click sobre el nudo)
assign joint restraints
traslation 3 en todos los apoyos
apoyos puntuales.(apoyos simples en la direccion z).

7. MATERIAL.
define materials concrete
modulus of elasticity
poisson's ratio

8. SECCIONES.
assign
shell sections
thickness :
membrane 0.30
bending 0.30
type :
plate
Si es necesario dar nombre a la sección.
9. ESTADOS DE CARGA.
Si la carga es contínua en toda la estructura y de la misma dirección, existen dos posibilidades de asignarla. Una como multiplicador del peso propio:
define
static load cases
load 1
self weight multiplier 1.4
0.3*25=7.5 7.5+3=10.5
10.5/7.5=1.4
Otra como carga uniforme:
assign shell uniform loading
Z :-10.5
add to existing load
10. ANALISIS.
run analysis

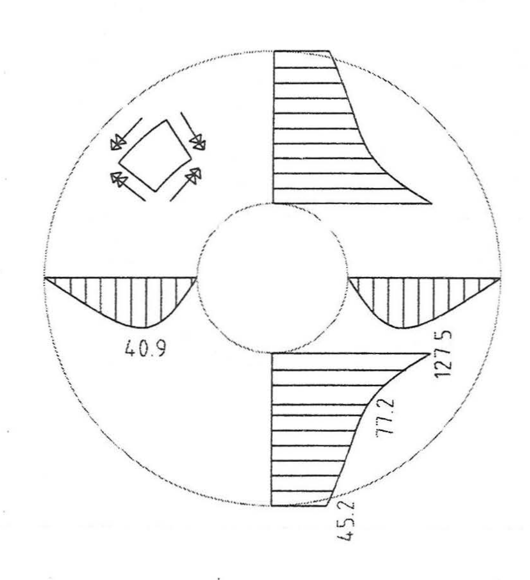


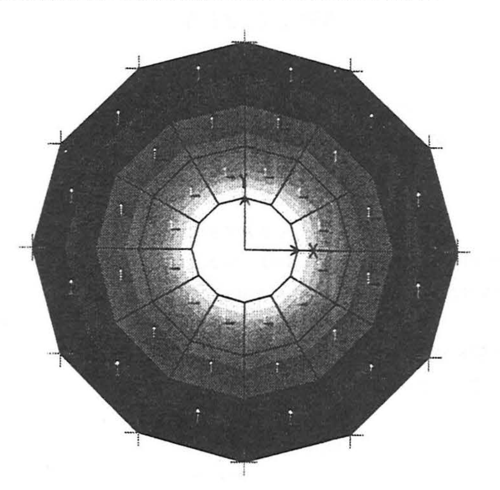
Deformed Shape (LOAD1) - KN-m Units



Resultant MMIN Diagram (LOAD1) - KN

0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0

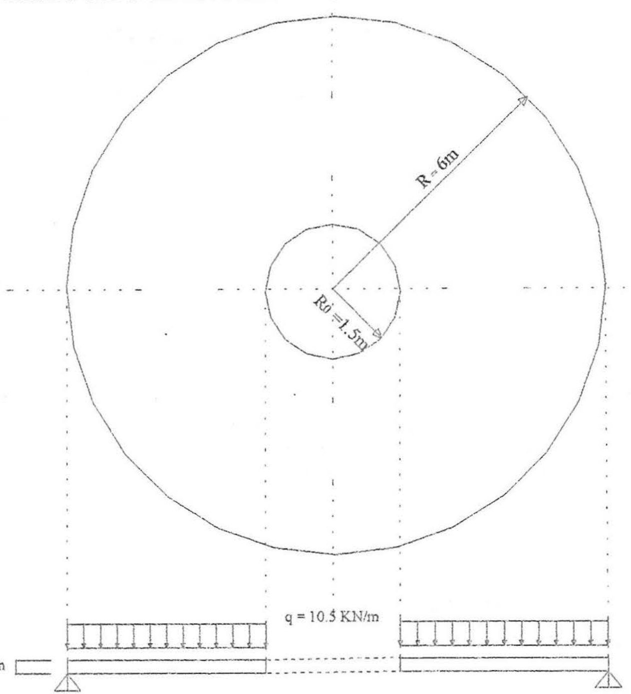




Resultant MMAX Diagram (LOAD1) - K

54.	63.	72.	81.	90.	99.	108.	117.	126.

CALCULO MANUAL



Se parte de la hipótesis del módulo de Poisson $\upsilon=0$, aproximación a lo que ocurre con el hormigón armado, lo cual significa una simplificación para poder analizar, mediante cálculo elástico, casi cualquier tipo de placa con tal de que su forma y carga sean simétricas respecto del eje.

Condiciones de contorno.

Cuando $r = R_0$, $M_r = 0$

Cuando $r = R$, $M_r = 0$; $\varphi = 0$

Análisis del problema.

Analizaremos la estructura calculando:

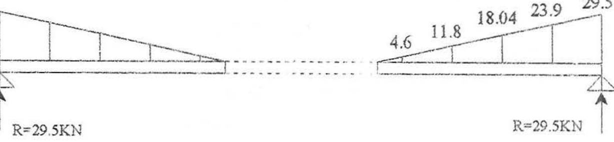
a. las solicitaciones de la estructura debidas a cortante y a ambos momentos, resuelto a partir de las condiciones de equilibrio y compatibilidad (en cálculo elástico) en que son direcciones principales en cada punto los ejes de referencia.

b. Una vez conocidas las solicitaciones se calculará la deformada, obteniendo así la flecha.

a. SOLICITACIONES.

Cortantes. Para obtener los valores de los cortantes en la placa se planteará el equilibrio de un corte circular entre el borde libre y la circunferencia de radio **r**:

$$T_r = \pi \frac{(r^2 - R_0^2)}{2\pi r} q = \frac{q\,r}{2} - \frac{q\,R_0^2}{2\,r}$$

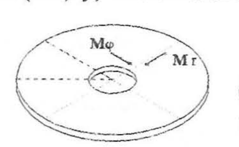


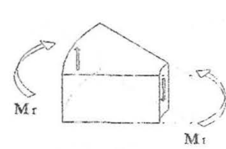
Momentos. Aparecerán dos momentos: uno en la dirección del radio (M_r) y, otro en la dirección perpendicular a ésta (M_φ).

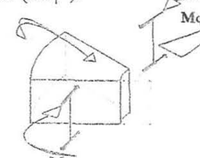
$$M_r = D\left[\frac{d\varphi}{dr} + \upsilon\frac{\varphi}{r}\right] \qquad M_\varphi = D\left[\frac{\varphi}{r} + \upsilon\frac{d\varphi}{dr}\right]$$

$$\upsilon=0 \longrightarrow \qquad D=\frac{1\cdot h^3}{12}\cdot\frac{E}{(1-\upsilon^2)}$$

$$M_r = D\frac{d\varphi}{dr} \qquad M_\varphi = D\frac{\varphi}{r}$$







Ecuación del giro. φr

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(\varphi r) = \int -\frac{T}{D}dr = -\frac{q}{2D}\left(r - \frac{R_0^2}{r}\right)dr = -\frac{q}{2D}\left(\frac{r^2}{2} - R_0^2 \,\mathrm{Ln}\, r\right) + C_1$$

$$(\varphi r) = \int\left[-\frac{q}{2D}\left(\frac{r^2}{2} - R_0^2 \,\mathrm{Ln}\, r\right) + C_1\right] r\,dr + C_2 = -\frac{q}{2D}\left[\frac{r^4}{8} - R_0^2\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right)\frac{r^2}{2}\right] + C_1\frac{r^2}{2} + C_2$$

$$(\varphi r) = -\frac{q}{4D}\left[\frac{r^3}{4} - R_0^2\, r\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right)\right] + C_1\frac{r}{2} + C_2\frac{1}{r}$$

volviendo a las ecuaciones de momentos tenemos que:

$$M_r = D\frac{d\varphi}{dr} = D\cdot\left(-\frac{q}{4D}\right)\left[\frac{3r^2}{4} - R_0^2\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right) - R_0^2\, r\frac{1}{r}\right] + C_1\frac{D}{2} - C_2\frac{D}{r^2}$$

Hallamos las constantes C_1 y C_2:

Para $r = 1.5$ $\quad M_r = 0 = -4.43 + 2.39 + 1.125 + (C_1 D/2) - (C_2 D/2.25)$

Para $r = 6$ $\quad M_r = 0 = -70.9 + 10.75 + 1.125 + (C_1 D/2) - (C_2 D/36)$

$C_1 = 126 / D$
$C_2 = 140 / D$

por tanto M_r y M_φ serán:

$$M_r = \not{D}\cdot\left(-\frac{10.5}{4\not{D}}\right)\left[\frac{3r^2}{4} - 1.5^2\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right) - 1.5^2\right] + \frac{126}{2} - \frac{140}{r^2}$$

$$M_\varphi = D\frac{\varphi}{r} = \not{D}\cdot\left(-\frac{q}{4\not{D}}\right)\left[\frac{r^2}{4} - R_0^2\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} = \left(-\frac{10.5}{4}\right)\left[\frac{r^2}{4} - 1.5^2\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right)\right] + \frac{126}{2} - \frac{140}{r^2}$$

Diagrama M_r (KN · m / m)

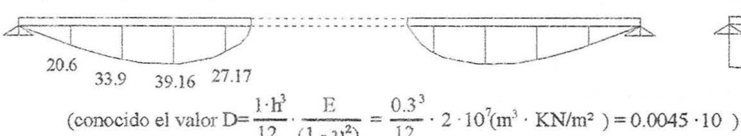
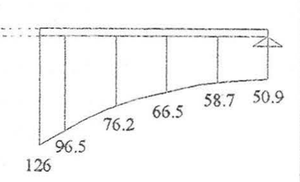


Diagrama M_φ (KN · m / m)



(conocido el valor $D = \frac{1\cdot h^3}{12}\cdot\frac{E}{(1-\upsilon^2)} = \frac{0.3^3}{12}\cdot 2\cdot 10^7 (m^3 \cdot KN/m^2) = 0.0045\cdot 10$)

b. FLECHA.

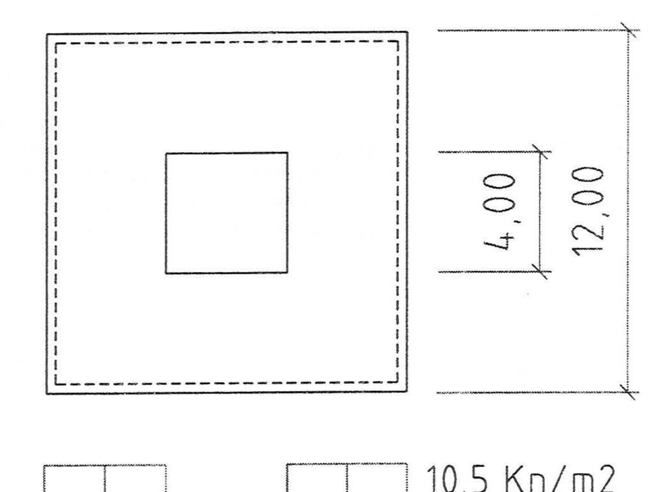
$$w = -\int\varphi\, dr + C_3 = -\int -\frac{q}{4D}\left[\frac{r^3}{4} - R_0^2\, r\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right)\right] + C_1\frac{r}{2} + C_2\frac{1}{r} = -\int -\left[\frac{q}{4D}\left(\frac{r^3}{4} - R_0^2\, r\,\mathrm{Ln}\, r + R_0^2\frac{1}{2}r\right) + C_1\frac{r}{2} + C_2\frac{1}{r}\right]dr =$$

$$= \frac{q}{4D}\left[\frac{r^4}{16} - R_0^2\frac{r^2}{2}\left(\mathrm{Ln}\, r - \frac{1}{2}\right) + R_0^2\frac{1}{2}\frac{r^2}{2}\right] + C_1\frac{r^2}{2} + C_2\cdot\mathrm{Ln}\, r + C_3$$

sabiendo que: para $x=6 \longrightarrow w_6 = 0$, hallamos la incógnita C_3

$$0 = \frac{10.5}{4D}\left[\frac{6^4}{16} - 1.5^2\frac{6^2}{2}\left(\mathrm{Ln}\, 6 - \frac{1}{2}\right) + 1.5^2\frac{1}{2}\frac{6^2}{2}\right] + \frac{126}{D}\frac{6^2}{2} + \frac{140}{D}\,\mathrm{Ln}\, 6 + C_3 \longrightarrow C_3 = 1513.3 / D$$

$$W_{(1.5)} = -\frac{10.5}{4D}\left[\frac{1.5^4}{16} - 1.5^2\frac{1.5^2}{2}\left(\mathrm{Ln}\, 1.5 - \frac{1}{2}\right) + 1.5^2\frac{1}{2}\frac{r^2}{2}\right] + \frac{126}{D}\frac{1.5^2}{2} + \frac{140}{D}\,\mathrm{Ln}\, 6 + \frac{1513.3}{D} = -1380.57 / D = -1380.57 / 45e3 = -0.0307m = -3.07cm$$



Apoyos:
Apoyos : (0,0,U3)
Nudos del eje de simetría : (0,U2,0,R1,0,0)

Cargas:
Sobrecarga : 3KN/m2
Peso propio : peso específico del hormigón: 25 KN/m3

PLACA CON APOYO EN EL CONTORNO

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCATIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.
file
new model
cartesian
number of grid spaces
x direction 6
y direction 6
z direction 1
grid spacing
x direction 2
y direction 2
z direction 1

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.
quick draw shell element
Definimos todos los elementos de placa (36), en los cuales los grados de libertad considerados en el cálculo son la flecha y los giros según los ejes considerados en el plano de la placa.

6. BORRAR ELEMENTOS YA DEFINIDOS.
Seleccionamos elementos
edit
delete
refresh window
Representación de ejes locales:
set element
shell
local axes

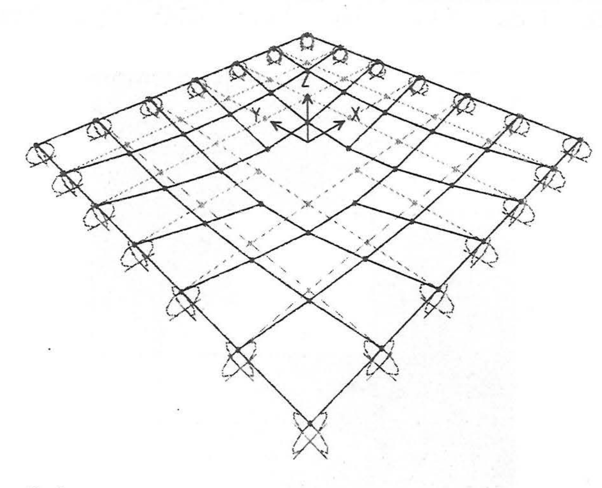
7. CONDICIONES DE APOYO.
assign joint restraints
traslation 3 , en apoyos
Existe un muro perimetral en toda la placa en cuyas intersecciones con la red geométrica deberán definirse nudos como apoyos puntuales (apoyos simples). Correspondiendo el plano de la placa a los ejes coordenados *xy*, los apoyos tienen la dirección *z*.

8. MATERIAL.
define materials concrete
weight per unit volume
modulus of elasticity
poisson's ratio

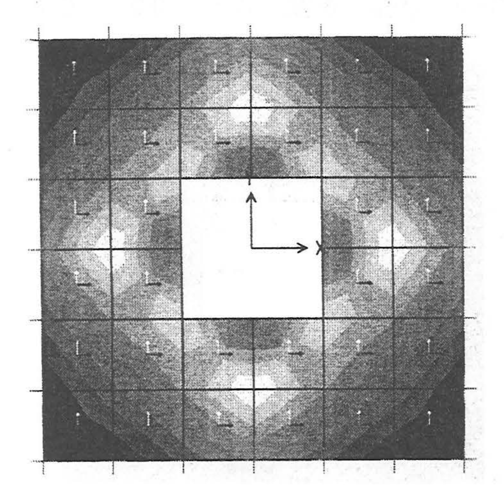
9. SECCIONES.
assign
shell sections
thickness
membrane 0.3
bending 0.3
type
plate

10. ESTADOS DE CARGA.
define
static load cases
load 1
self weight multiplier 1.4
0. 3*25= 7.5 + 3 = 10.5 / 7.5 = 1.4

11. ANALISIS.
run analysis

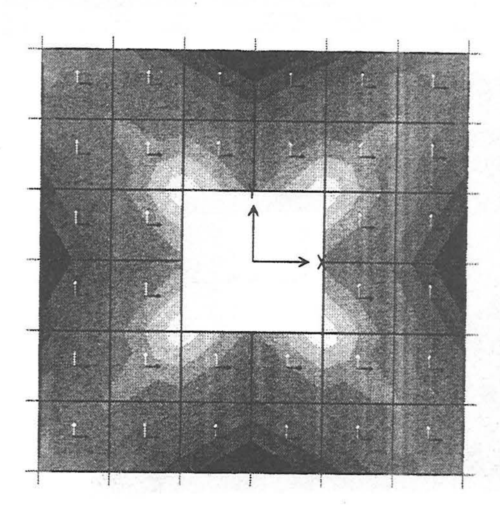


Deformada



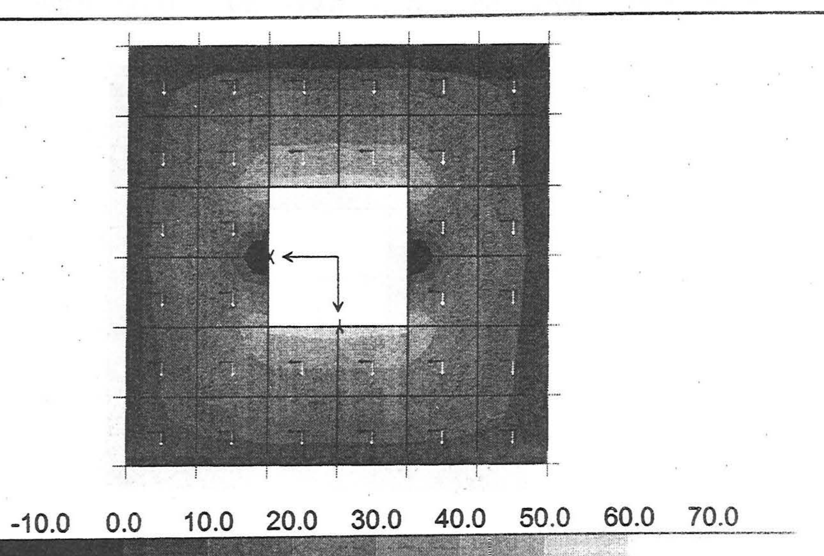
-45.0 -36.0 -27.0 -18.0 -9.0 0.0 9.0 18.0 27.0

Resultant MMIN Diagram (LOAD1) - KN

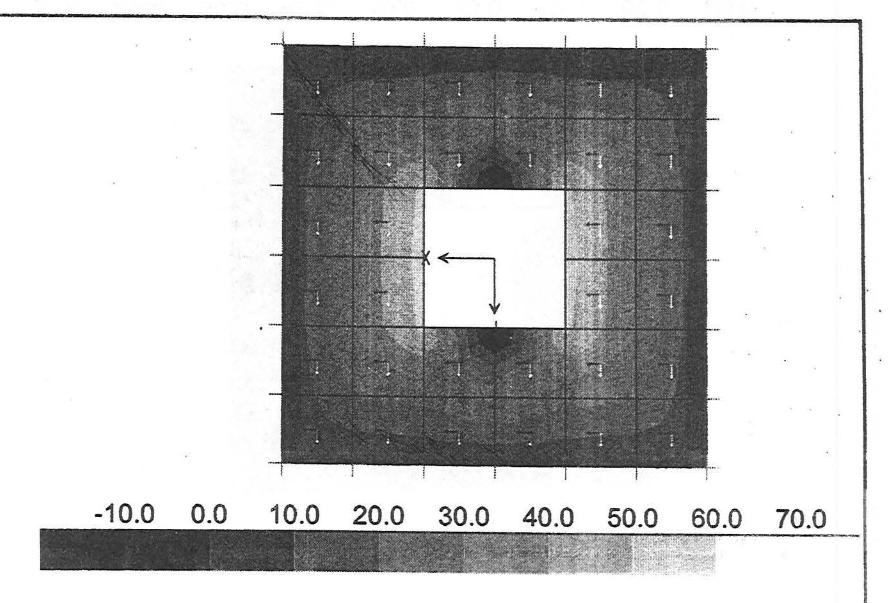


10.0 20.0 30.0 40.0 50.0 60.0 70.0 80.0 90.0

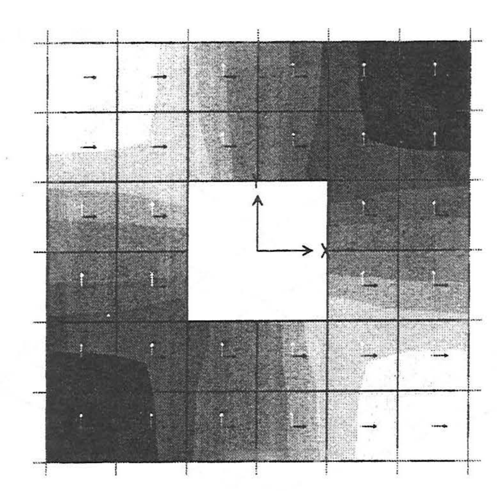
Resultant MMAX Diagram (LOAD1) - K



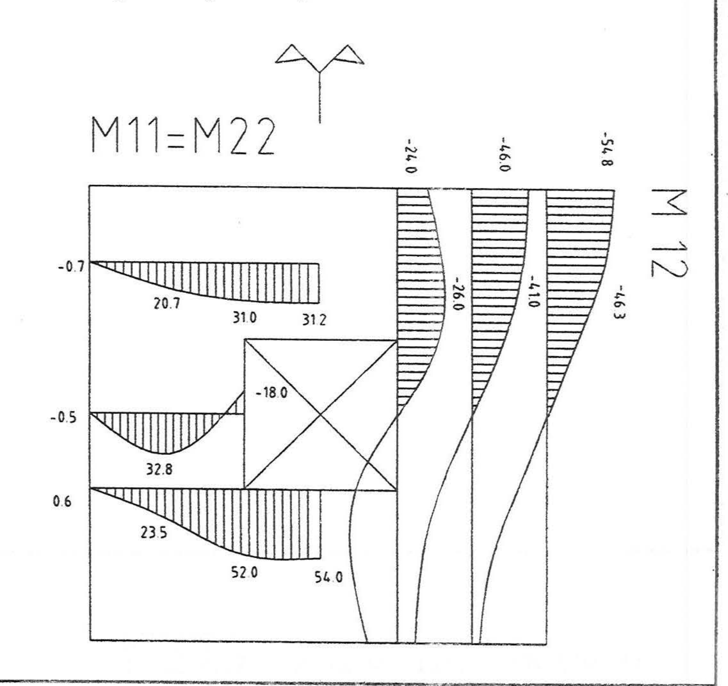
Resultant M11 Diagram (LOAD1) - KN-

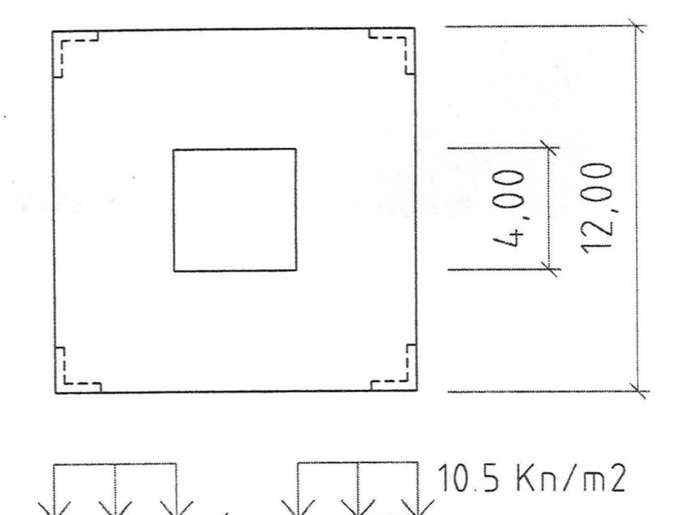


Resultant M22 Diagram (LOAD1) - KN-



Resultant M12 Diagram (LOAD1) - KN-





Apoyos:

Apoyos : (0,0,U3)

Nudos del eje de simetría : (0,U2,0,R1,0,0)

Cargas:

Sobrecarga : 3KN/m2

Peso propio : densidad del hormigón: 25KN/m3

PLACA CON APOYO EN LAS ESQUINAS.

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCACIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.

file

new model

cartesian

number of grid spaces

x direction 8

y direction 4

z direction 1

grid spacing

x direction 1.5

y direction 1.5

z direction 1

4.1 MODIFICAR LA RED

draw

edit grid

x direction 2, -2

add grid line

y direction -1

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.

quick draw shell element

Definimos todos los elementos de placa (36), en los cuales los grados de libertad considerados en el cálculo son la flecha y los giros según los ejes considerados en el plano de la placa.

5.1. BORRAR ELEMENTOS YA DEFINIDOS.

seleccionamos elementos

edit

delete

refresh window

es importantísimo mantener siempre la la representación de los ejes locales:

set element

shell

local axes

6. CONDICIONES DE APOYO.

seleccionamos apoyo (click sobre el nudo)

assign joint restraints

traslation 3 , en apoyos

Existe un muro perimetral en toda la placa en cuyas intersecciones con la red geométrica deberán definirse nudos como apoyos puntuales (apoyos simples.) Corrrespondiendo el plano de la placa a los ejes coordenados **xy**, los apoyos tienen la dirección **z**.

7. MATERIAL.

define materials concrete

modulus of elasticity

poisson's ratio

8. SECCIONES.

assign

shell sections

thickness

membrane 0.30

bending 0.30

type

plate

Si es necesario, dar nombre a la sección.

9. ESTADOS DE CARGA.

define

static load cases

load 1

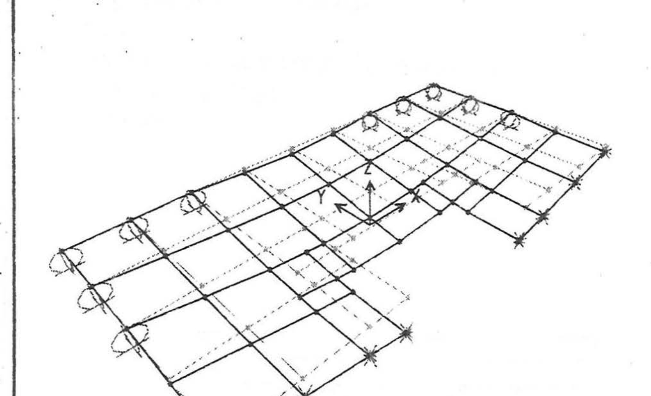
self weight multiplier 1.4

3*25=7.5 7.5+3=10.5

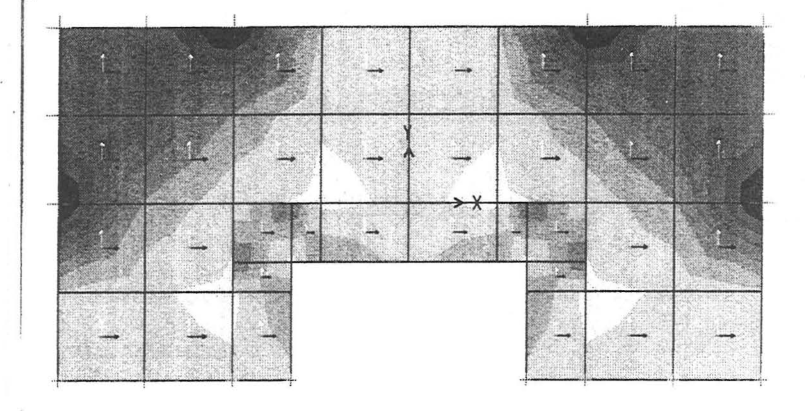
10.5/7.5=1.4

10. ANALISIS.

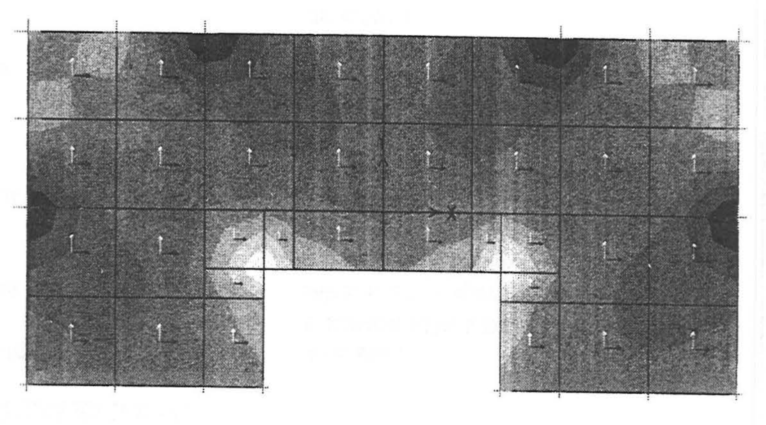
run analysis



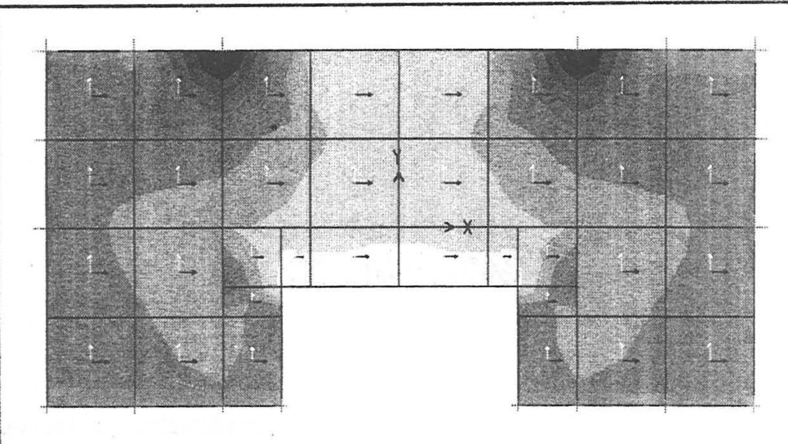
Deformed Shape (LOAD1) - KN-m Units



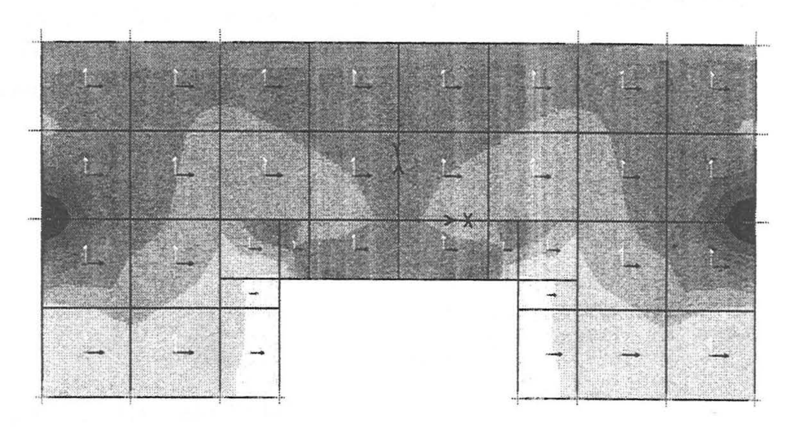
Resultant MMIN Diagram (LOAD1) - KN



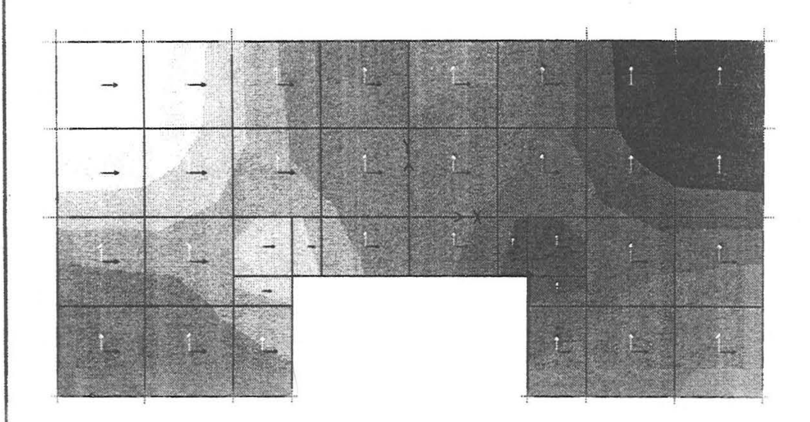
Resultant MMAX Diagram (LOAD1) - K



Resultant M11 Diagram (LOAD1) - KN-



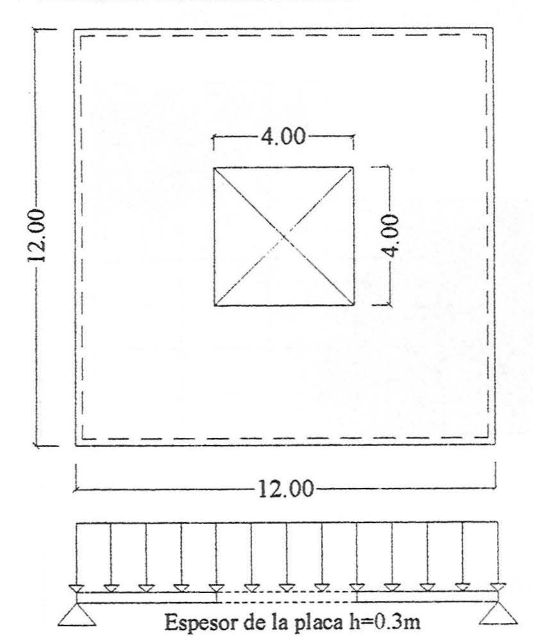
Resultant M22 Diagram (LOAD1) - KN-



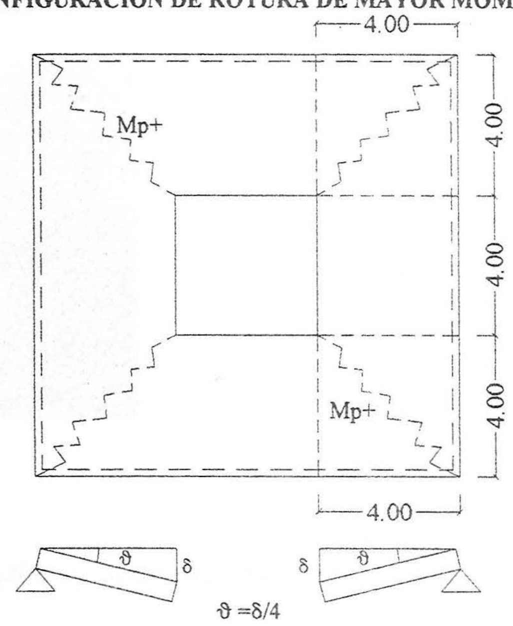
Resultant M12 Diagram (LOAD1) - KN-

12: PLACA CON APOYO EN EL CONTORNO

DEFINICION GEOMETRICA



CONFIGURACION DE ROTURA DE MAYOR MOMENTO

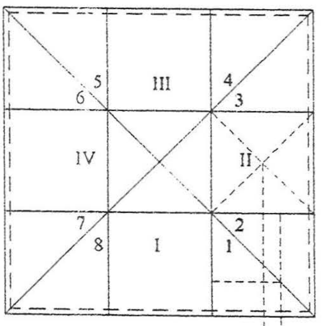


$Wext=(1/2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \delta/3 \cdot 8 + 4 \cdot 4 \cdot \delta/2 \cdot 4)=5/6 \cdot 4^3 q\delta$

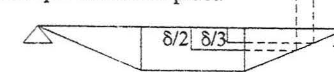
$Wint=4 \cdot (Mp+) \cdot 8 \cdot \delta/4=8Mp\delta$

Igualando Wext a Wint obtenemos:

$Mp=(5/6) \cdot (4^3 q/8)=70$ Kn m/ml

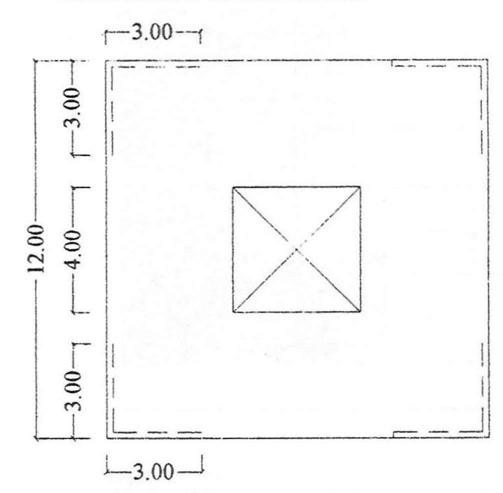


Descenso de los centros de gravedad tanto de los cuadrados como de los triángulos que forman la placa

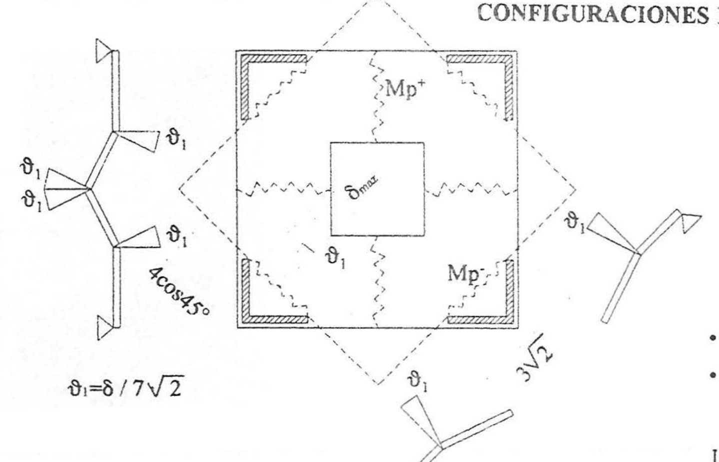


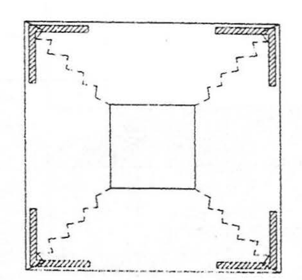
13: PLACA CON APOYO EN LAS ESQUINAS

DEFINICION GEOMETRICA



CONFIGURACIONES DE ROTURA MAS PROBABLES





Configuración de rotura similar a la de la práctica 12 (rompe por las esquinas del hueco)

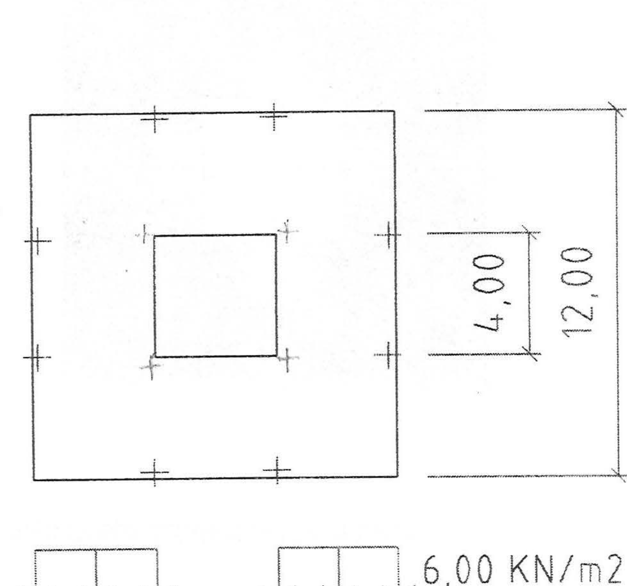
$Mp=70$ kn·m/ml

- $Wext=(6 \cdot 6 - 1/2 \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2) \cdot 4q \cdot \delta/2=55q\delta$
- $Wint=4Mp^- \cdot 3\sqrt{2} \cdot \vartheta_1+8Mp^+ \cdot 4\cos 45° \vartheta_1=$

$=Mp\,[4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot (\delta/7\sqrt{2})+8 \cdot (4/\sqrt{2}) \cdot (\delta/7\sqrt{2})]= Mp[(24/7)+(32/7)]=8Mp\delta$

Igualando $W_{int}= W_{ext}$

$Mp^+=Mp^-=55q/8=72.2$ kn·m/ml



Apoyos:
Apoyos : (0,0,U3)

Cargas:
Sobrecarga : 3KN/m2
Peso propio : densidad del hormigón: 25KN/m3

PLACA SOBRE PILARES

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCACIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.
file
new model
cartesian
number of grid spaces
x direction 6
y direction 6
z direction 1
grid spacing
x direction 2
y direction 2
z direction 1

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.
quick draw shell element
Definimos todos los elementos (36),en los cuales los grados de libertad considerados en el cálculo son la flecha y los giros según los ejes contenidos en el plano de la placa.

Para ubicar el patio central deberemos borrar los elementos que sean necesarios (4).

5.1. BORRAR ELEMENTOS YA DEFINIDOS.
seleccionamos elementos
edit
delete
refresh window
ejes locales
set element
shell
local axes

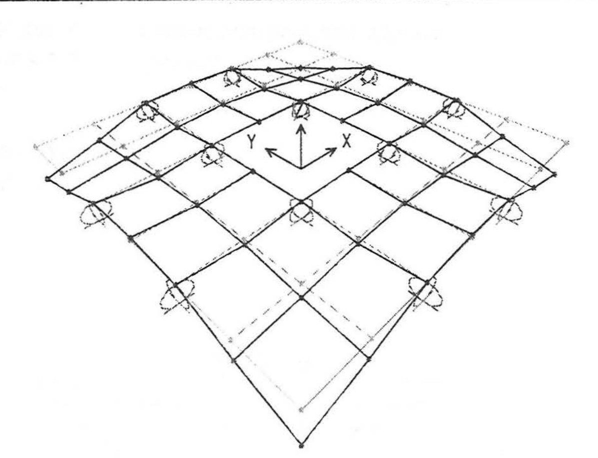
6. CONDICIONES DE APOYO.
seleccionamos apoyo (click sobre el nudo)
assign joint restraints
traslation 3 en todos los apoyos
apoyos puntuales. (Todos los apoyos son "apoyo simple en dirección z")

7. MATERIAL.
define materials concrete
modulus of elasticity
poisson's ratio

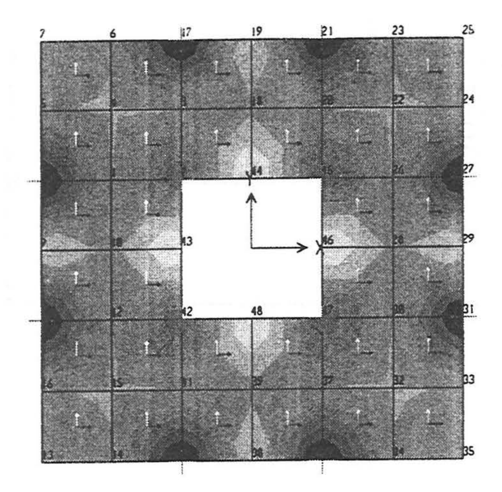
8. SECCIONES.
assign
shell sections
thickness :
membrane 0.12
bending 0.12
type :
plate
Si es necesario, dar nombre a la sección.

9. ESTADOS DE CARGA.
define
static load cases
load 1
self weight multiplier 2
.12*25=3 3+3=6
6/3=2
add to existing load

10. ANALISIS.
run analysis



Deformed Shape (LOAD1) - KN-m Units

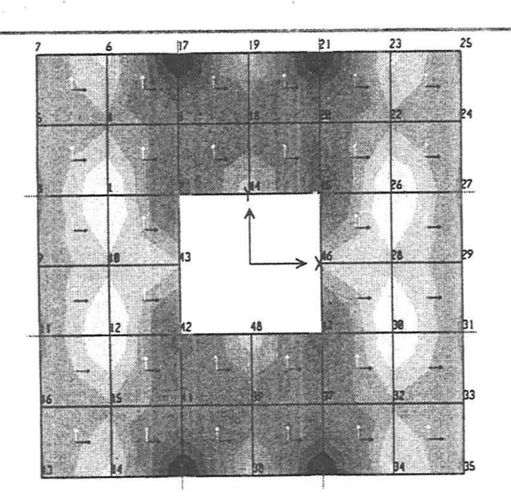


-21.0 -17.5 -14.0 -10.5 -7.0 -3.5 0.0 3.5 7.0

Resultant MMIN Diagram (LOAD1) - KN-

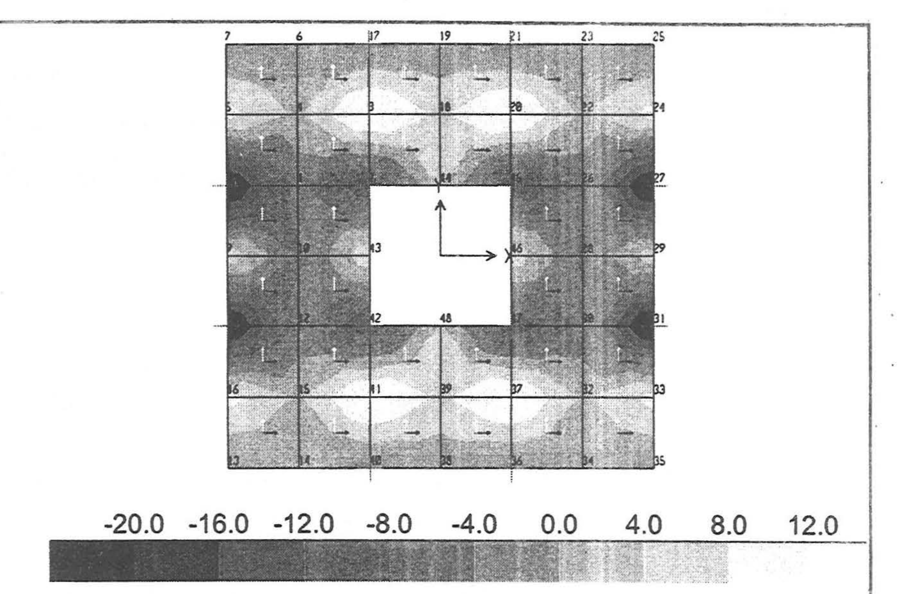
-7.8 -5.2 -2.6 0.0 2.6 5.2 7.8 10.4 13.0

Resultant MMAX Diagram (LOAD1) - KN-m Un

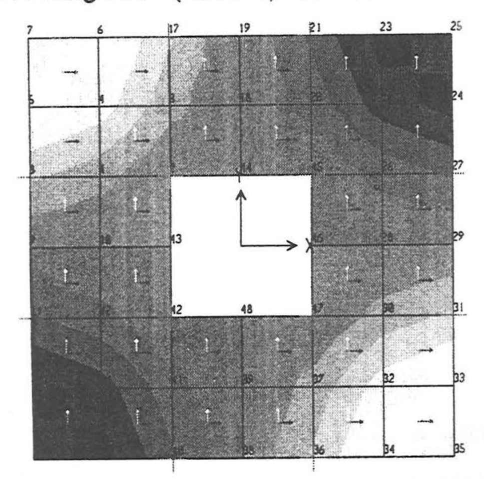


-20.0 -16.0 -12.0 -8.0 -4.0 0.0 4.0 8.0 12.0

Resultant M11 Diagram (LOAD1) - KN-m

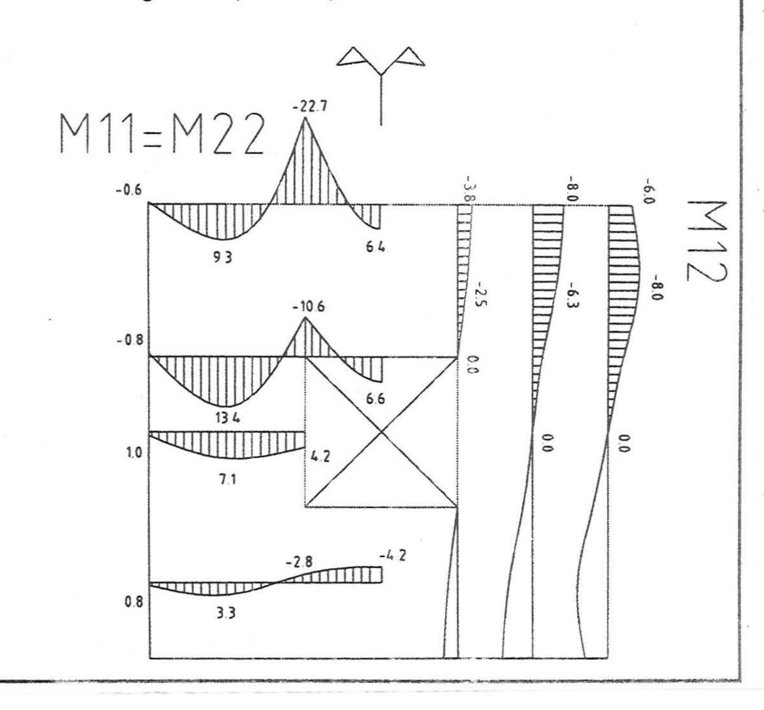


Resultant M22 Diagram (LOAD1) - KN-m



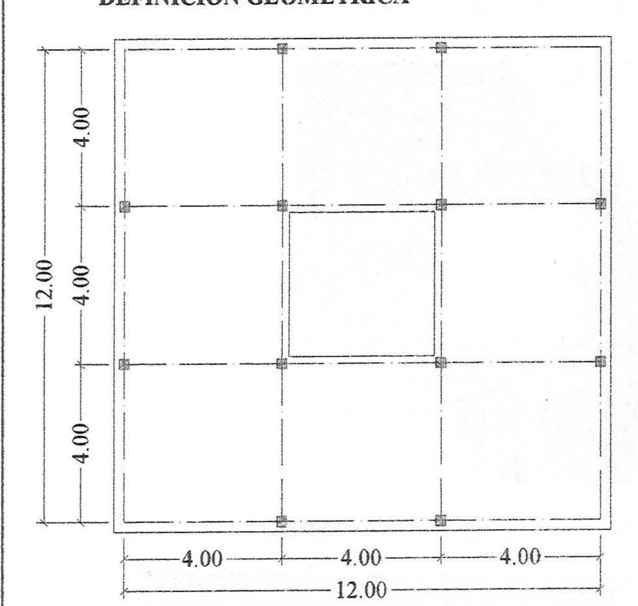
-7.20 -5.40 -3.60 -1.80 0.00 1.80 3.60 5.40 7.20

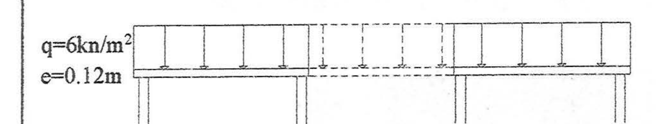
Resultant M12 Diagram (LOAD1) - KN-m



CALCULO MANUAL

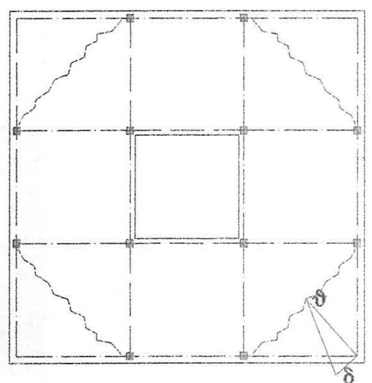
DEFINICION GEOMETRICA





CONFIGURACIONES DE ROTURA

PRIMERA CONFIGURACION



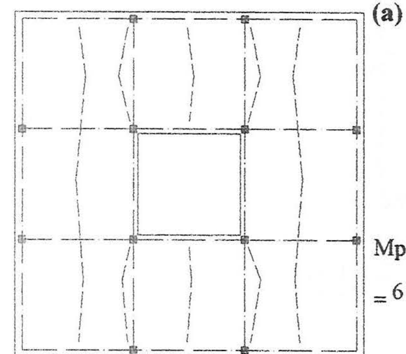
$$W_{EXT} = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot \frac{\delta}{3}\cdot q$$

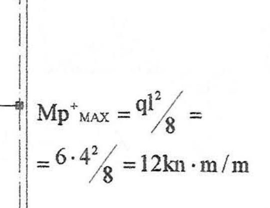
$$W_{INT} = 4\sqrt{2}\cdot Mp^{-}\cdot \frac{\delta}{\frac{4\sqrt{2}}{2}} = 2Mp^{-}\delta$$

$$Mp^{-} = \frac{16}{12}\cdot q = 1.33\cdot 6 \approx 8\text{kn}\cdot\text{m/m}$$

SEGUNDA CONFIGURACION

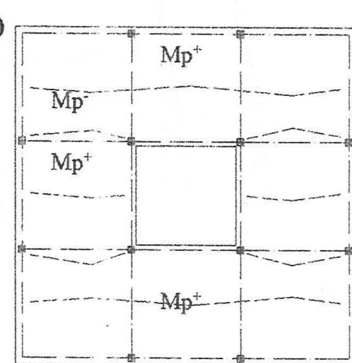
(a)



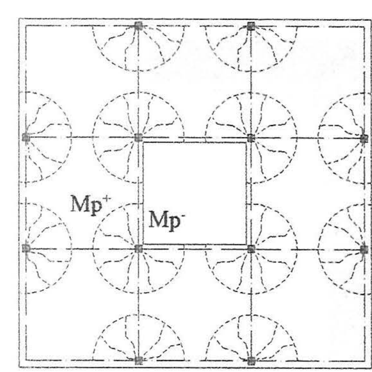


$$Mp^{+}_{MAX} = \frac{ql^2}{8} = $$
$$= \frac{6\cdot 4^2}{8} = 12\text{kn}\cdot\text{m/m}$$

(b)



TERCERA CONFIGURACION



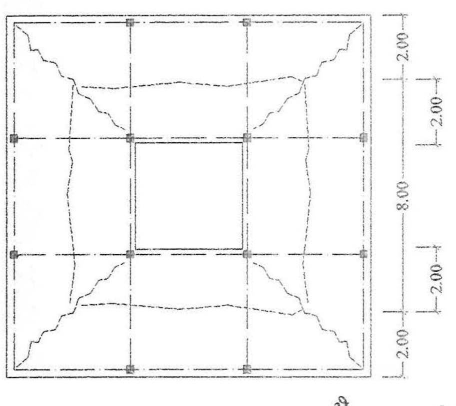
$$P = \frac{(144-16)\cdot 6}{12\text{soportes}} = 64\text{kn}$$

$$W_{EXT} = P\cdot\delta - \pi\cdot R^2\cdot q\,\frac{1}{3}\delta$$

$$W_{INT} = \frac{3}{4}\cdot(Mp^{+} + Mp^{-})\cdot 2\pi R\cdot\frac{\delta}{R}$$

$$Mp^{+} = Mp^{-} = \frac{64\delta}{3\pi\delta} \approx 7\text{kn}\cdot\text{m/ml}$$

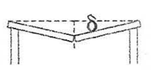
CUARTA CONFIGURACION

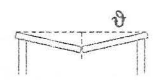


$$W_{EXT} = 8\left[8\cdot q\frac{\delta}{2} + 4\frac{q\delta}{2} + 4\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\frac{q\delta}{3}\right] = 58.6q\delta$$

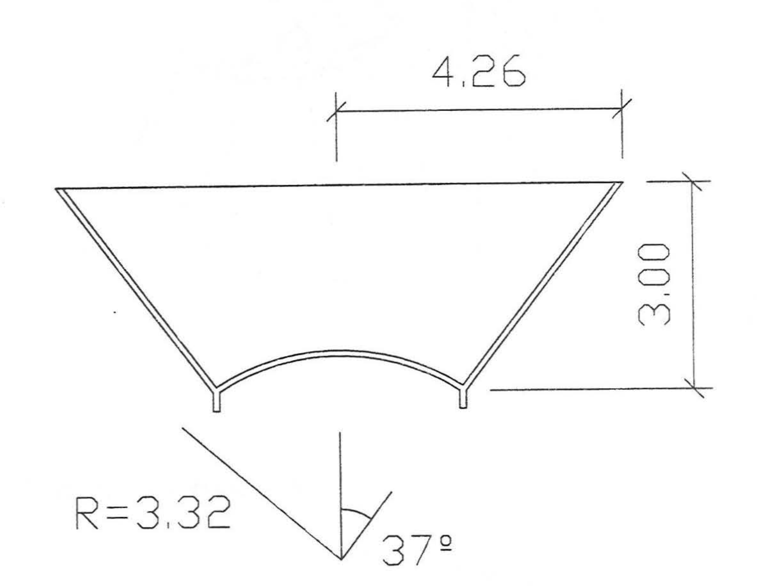
$$W_{INT} = Mp^{+}\left[8\cdot\frac{\delta}{2}\cdot 4 + Mp^{+}\cdot 2\cdot 8\frac{\delta}{2} + Mp^{-}\cdot 2\cdot 8\cdot\frac{\delta}{2}\right] = 32Mp\delta$$

$$Mp = \frac{58.6q}{32} \approx 11\ \text{kn}\cdot\text{m}/\text{ml}$$





$$\vartheta = \frac{\delta}{2}$$



Apoyos:

Apoyos en el plano de simetría:

Nudo central de la esfera: U1,U2,R1,R2,R3

Nudos intersección de ambas superficies: U1,U3,R2,R3

Resto de nudos: U1,R2,R3

Apoyos en el anillo inferior: U3

(Las coacciones de los apoyos dependen de los ejes generales.)

Secciones:

Anillos: sección rectangular de hormigón 0.6 x 0.3 m (canto por ancho).

Láminas: espesor 0.07 m

Cargas:

Estado 1: Peso propio.

Estado 2: Peso de la tapa. Cargas puntuales de -22.3 Kn y -11.15 Kn (para nudos del plano de simetría) sobre el borde superior.

Estado 3: Empuje del agua con depósito lleno.

DEPÓSITO

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCATIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES. (Kn, m)

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.

file
new model from template
dome
number of circumferential spaces 12
number of segments 4
radius 3.32
roll down angle 37

Activamos *grid lines.*

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.

Borraremos la mitad de la superficie esférica de forma que nos quede el eje y alineado con el corte a la superficie.

edit
delete
draw — Añadimos líneas a la red.
edit grid — Desactivamos *lock grid lines.*
direction r 4.26
add grid line
direction z 3
add grid line
xy 2d view — Vista del plano xy

Mediante las flechas de subida y bajada nos ponemos en el plano inferior y colocamos las barras del anillo.

draw frame element

Repetimos la operación para el anillo superior.

quick draw frame element
3d view
draw shell element — Definimos elementos superficiales uniendo los segmentos de ambos anillos.

Seleccionamos los elementos de la superficie cónica.

edit
mesh shells
mesh into 1 (o vicecersa según el orden seguido
by 6 al crear dichos elementos)

6. CONDICIONES DE APOYO.

assign joint restraints

7. MATERIAL.

define materials
concrete
weight per unit volume **25**
modulus of elasticity **2E7**
poisson's ratio **0.1**

8. SECCIONES.

define frame sections
define shell sections
membrane 0.07 type
bending 0.07 shell

9. ESTADOS DE CARGA.

define static load cases

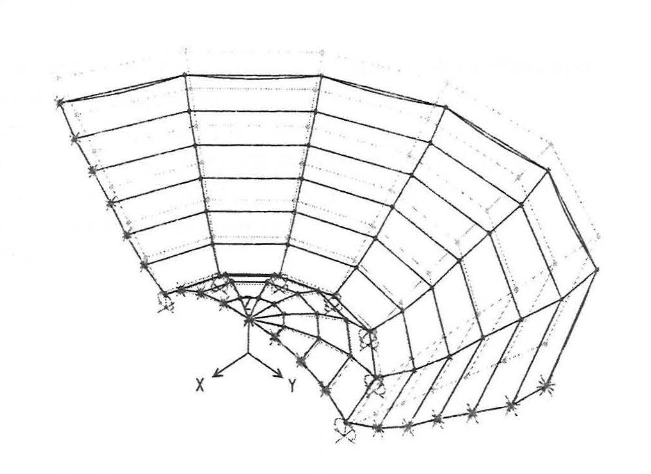
Peso propio **self weight multiplier 1**
Peso tapa **self weight multiplier 0**
Empuje del agua **self weight multiplier 0**

assign joint loading (peso de la tapa)
select all (peso propio)
assign shell static loads gravity z=-1
define joint patterns (empuje del agua)
select all
assign joint patterns C= -10.3 D= 30
select all
assign shell static loads pressure
by joint pattern multiplier -1

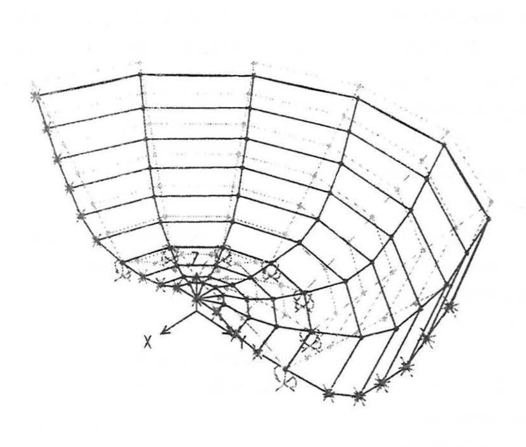
Para más información *help search assign joint patterns.*

10. ANALISIS.

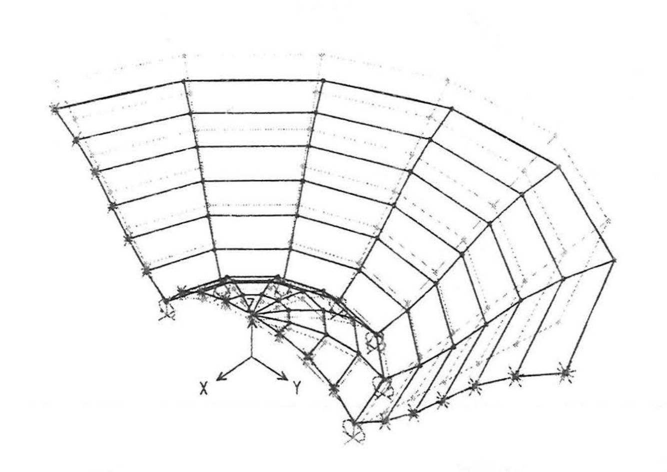
run analysis



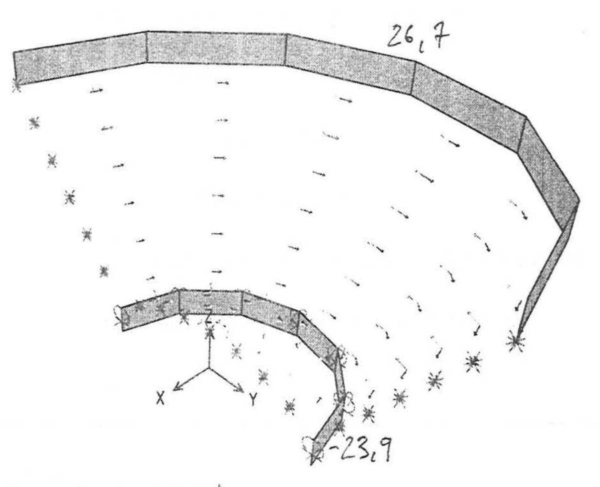
DEFORMADA . (PESO PROPIO).m



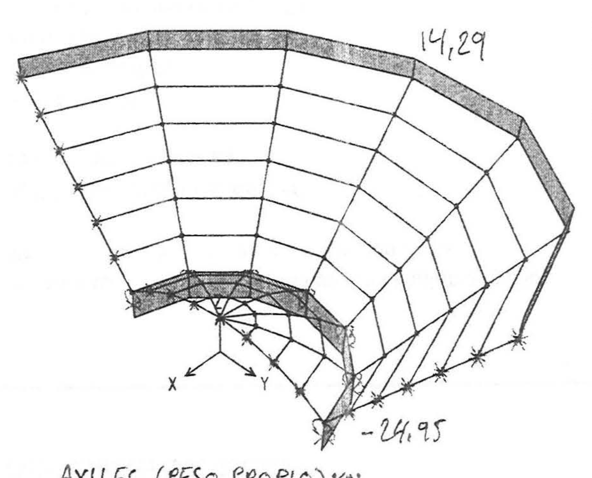
DEFORMADA . LAMINA. (AGUA).m



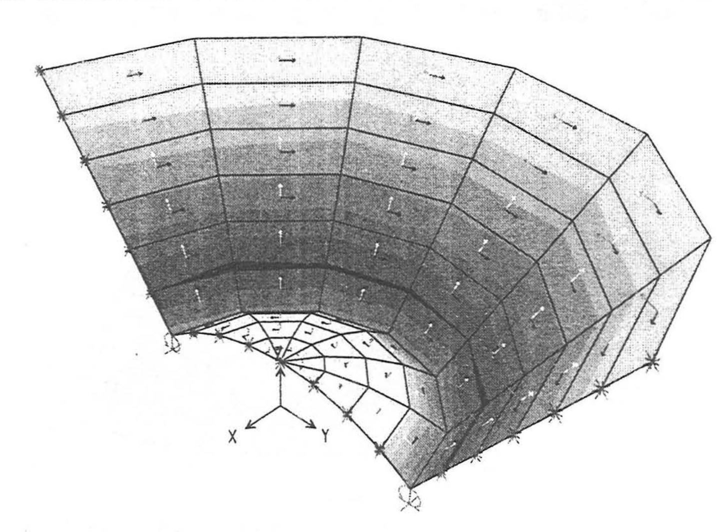
DEFORMADA . (TAPA).m



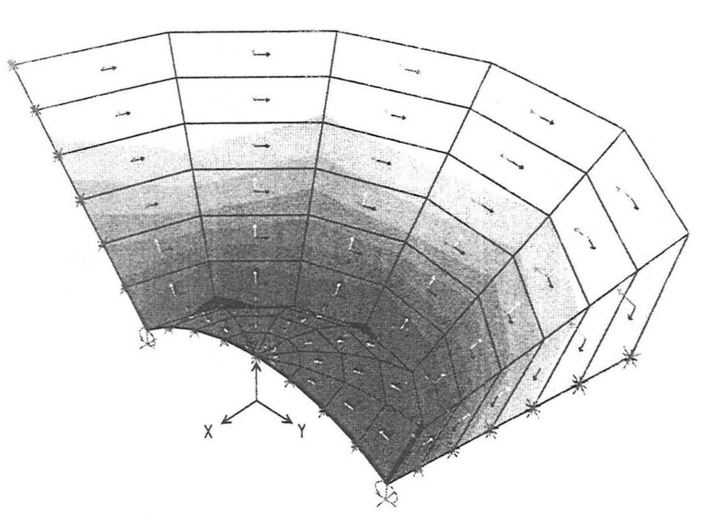
AXILES (TAPA) KN



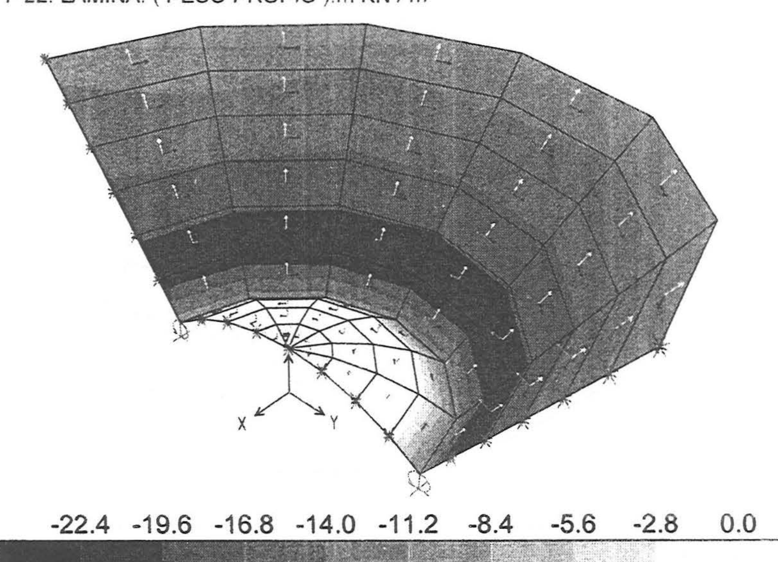
AXILES (PESO PROPIO) KN



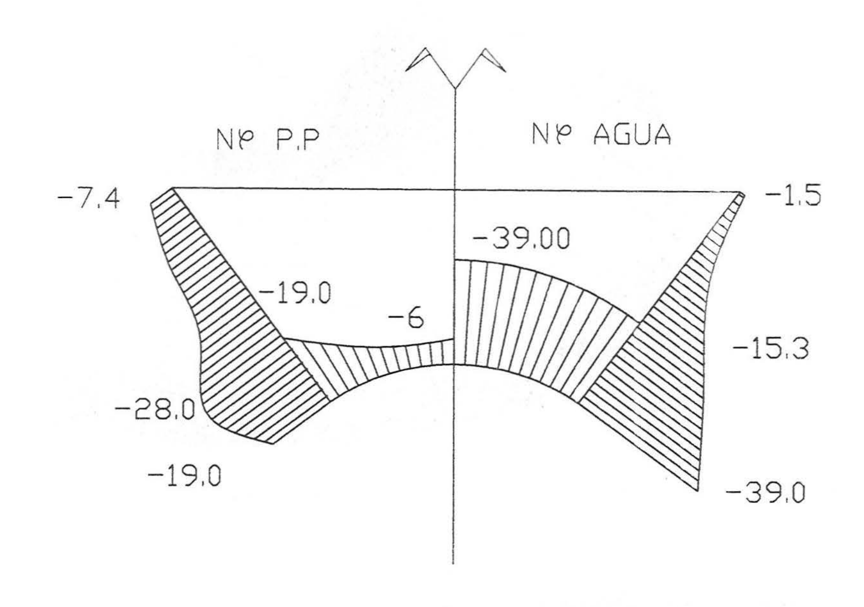
F 22. LAMINA. (PESO PROPIO).m KN / m

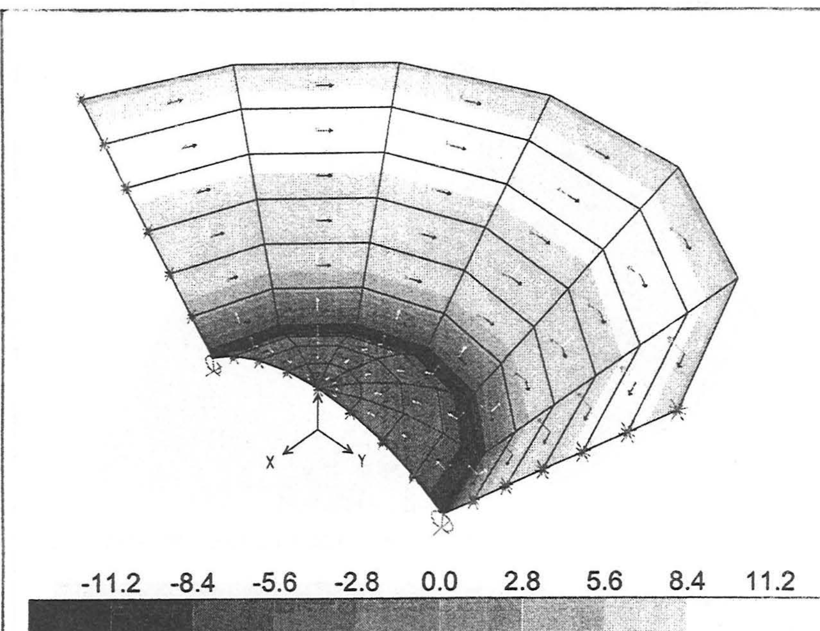


F 22. LAMINA. (AGUA).m KN / m

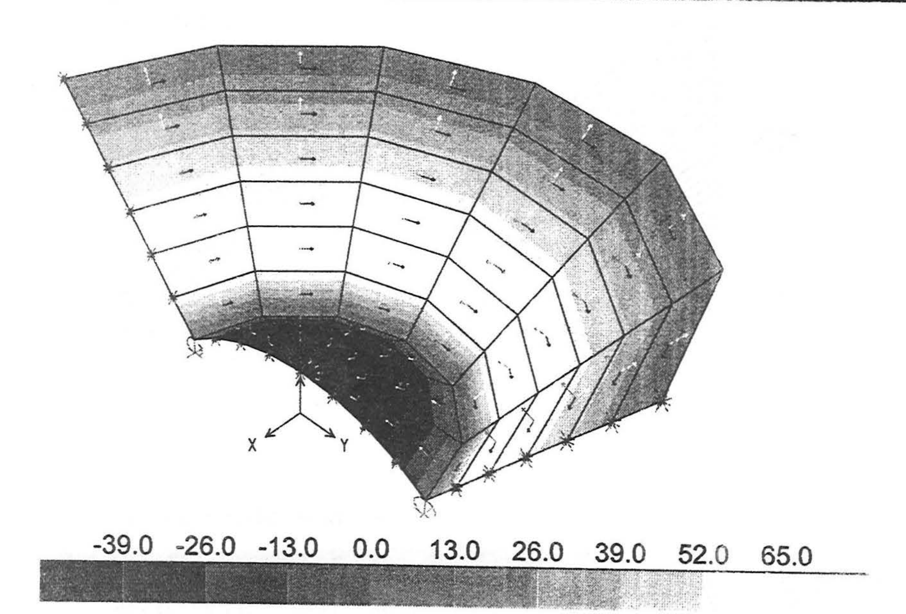


F 22. LAMINA. (TAPA).m KN / m

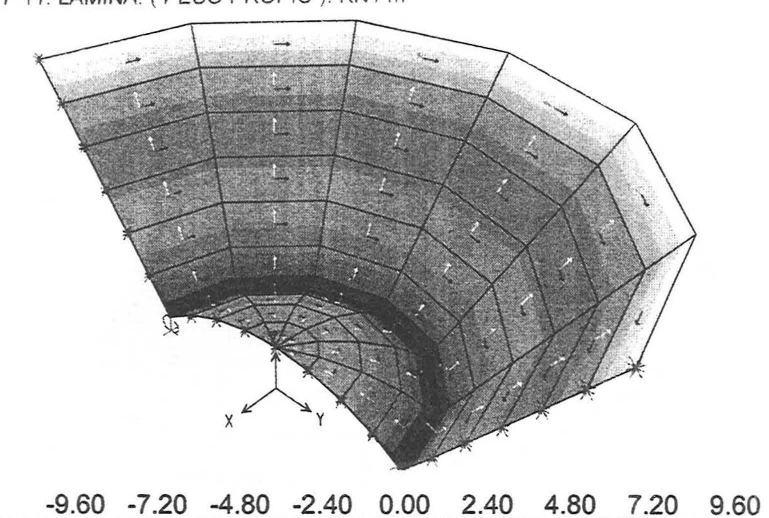




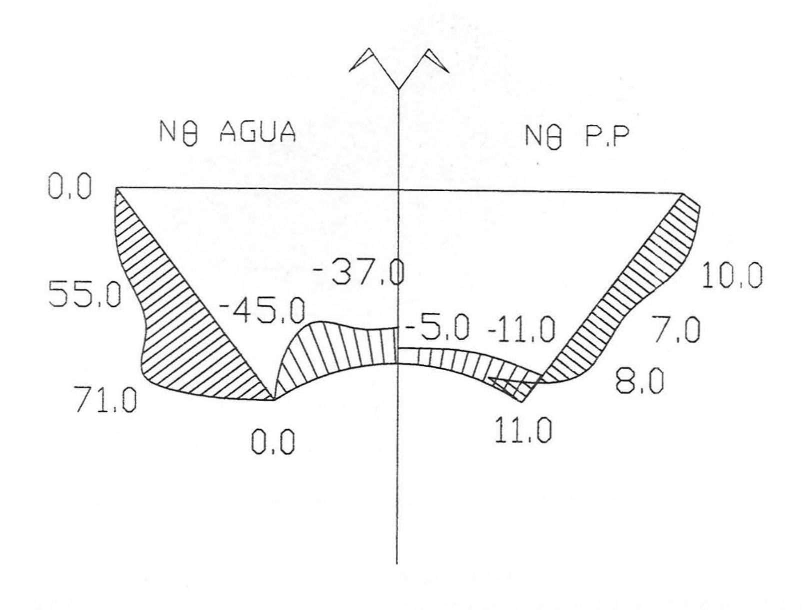
F 11. LAMINA. (PESO PROPIO). KN / m



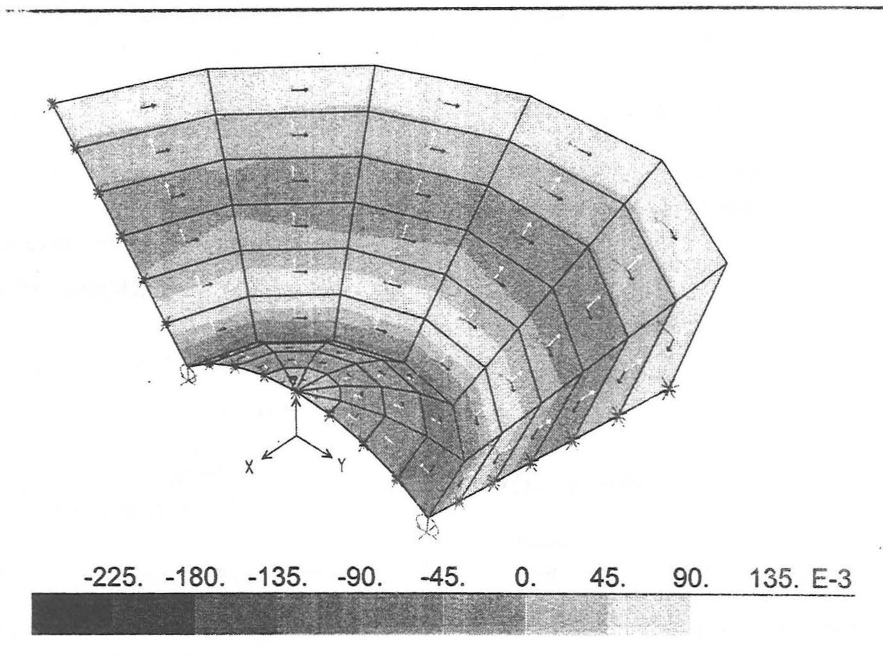
F 11. LAMINA. (AGUA). KN / m

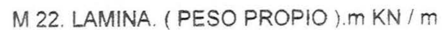


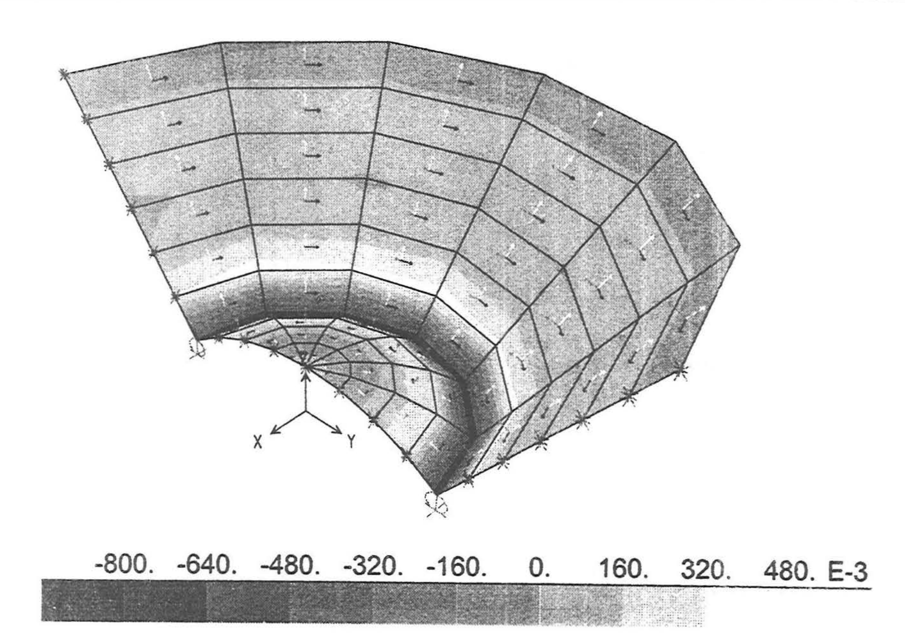
F 11. LAMINA. (TAPA). KN / m



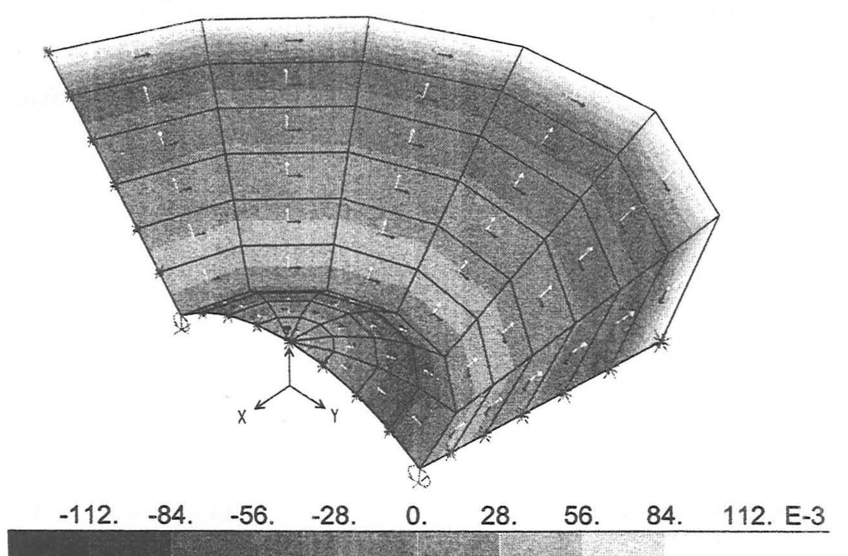




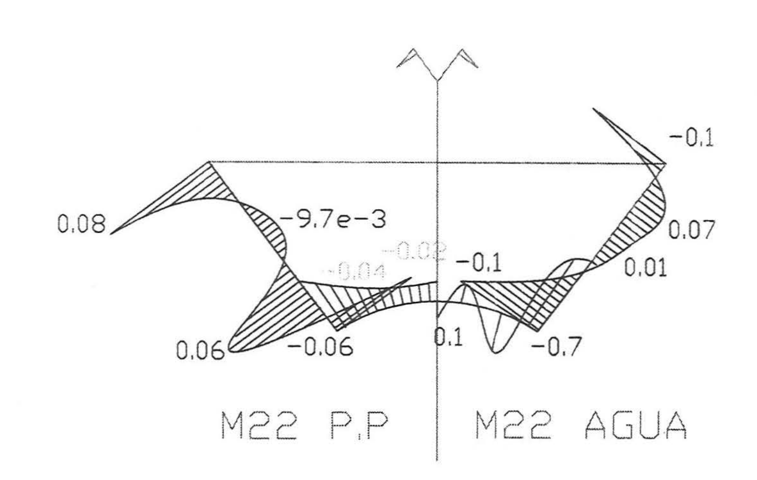

M 22. LAMINA. (PESO PROPIO).m KN / m



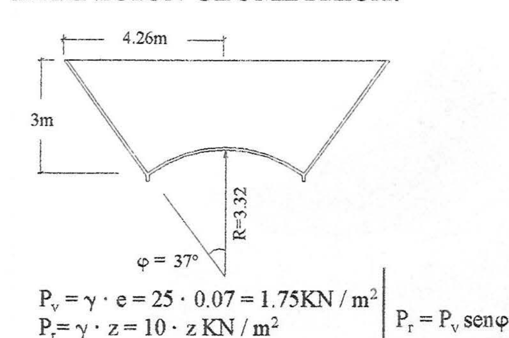
M 22. LAMINA. (AGUA).m KN / m



M 22. LAMINA. (TAPA).m KN / m



DEFINICIÓN GEOMÉTRICA:

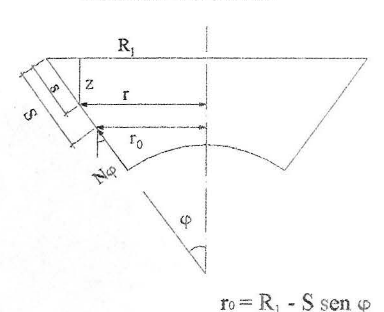


$P_v = \gamma \cdot e = 25 \cdot 0.07 = 1.75 KN/m^2$

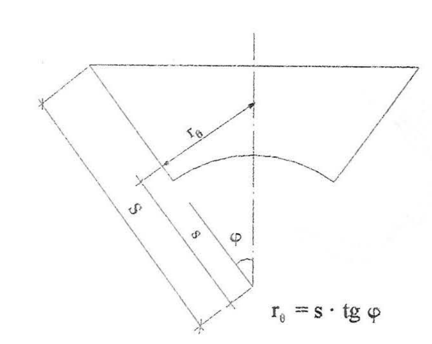
$P_r = \gamma \cdot z = 10 \cdot z KN/m^2$

$P_r = P_v \, sen\varphi$

Tronco de cono.

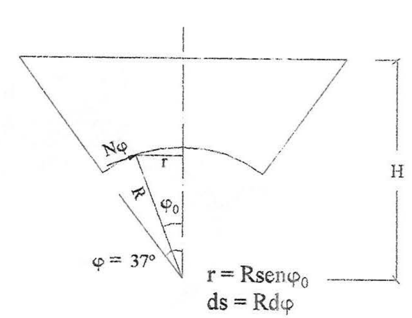


$r_0 = R_1 - S \, sen\,\varphi$



$r_\theta = s \cdot tg\,\varphi$

Esfera



$r = R sen\varphi_0$

$ds = R d\varphi$

DEPÓSITO LLENO.

Tronco de cono.

$P_r = \gamma \cdot z = 10 \cdot z KN/m^2$

$N\varphi \cdot 2\pi r_0 \cdot \cos\varphi = -\int P_r \, sen\varphi \cdot 2\pi r \, ds$

$N\varphi \, r_0 \cos\varphi = -\int 10 \, s \cos\varphi \, sen\varphi (R_1 - s \, sen\varphi) ds$

$$N\varphi = -\frac{1}{r_0}\int_0^S 10 \, s \; sen\varphi \, (R_1 - sen\varphi)$$

$$N\varphi = -\frac{10(\frac{S^2}{2} R_1 sen\,\varphi - \frac{S^3}{3} sen^2\varphi)}{(R_1 - S sen\varphi)}$$

$N\theta = P_r \cdot s \, tg\varphi) = 10 \cdot (S - s)\cos\varphi \cdot s \, tg\,\varphi$

$$N\theta = 10\,(S - s)\, s \, sen\,\varphi$$

Esfera.

$N\varphi \cdot 2\pi r \cdot sen\,\varphi_0 = -\int 10(H - R\cos\varphi) \cdot 2\pi r \cos\varphi \, ds$
$ds = R d\varphi$

$N\varphi \, 2\pi R \, sen^2\varphi_0 = -\int_0^{\varphi_0} 10(H - R\cos\varphi) \cdot 2\pi R sen\varphi \, ds$

$$N\varphi = -\frac{10R}{sen^2\varphi}\left(-H\frac{\cos^2\varphi}{4} + R\frac{\cos^3\varphi}{3}\right)_0^{\varphi_0}$$

$$N\theta = -10\left(H - R\cos\varphi\right) \cdot R + N\varphi$$

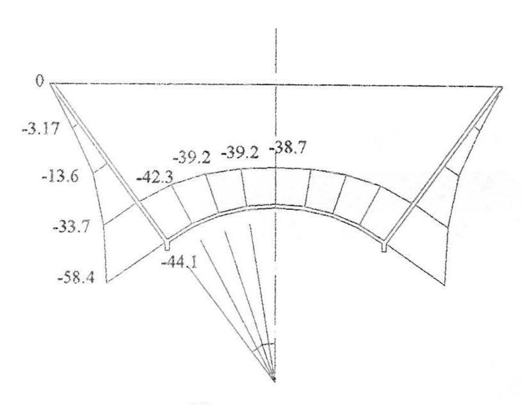


Diagrama Nφ. KN.

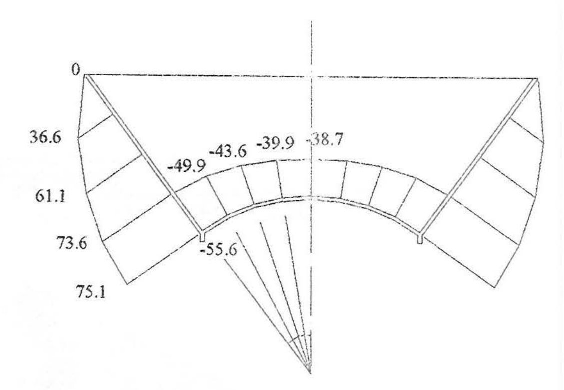


Diagrama Nθ. KN.

PESO PROPIO.

Tronco de cono.

$P_v = \gamma \cdot e = 25 \cdot 0.07 = 1.75 KN/m^2$

$N\varphi \cdot 2\pi r_0 \cdot \cos\varphi = -\int P_v \cdot 2\pi r \, ds$

$$N\varphi = -\frac{P_v \int_0^{\varphi_0} (R_1 - s \, sen\varphi) \, ds}{(R_1 - S sen\varphi)\cos\varphi}$$

$$N\varphi = -\frac{P_v (R_1 S - \frac{S^2}{2} sen\varphi)}{(R_1 - S sen\varphi)\cos\varphi}$$

$N\theta = P_r \cdot r_\theta = P_v \, sen\,\varphi \cdot s \, tg\,\varphi$

$$N\theta = P_v \, s \, sen^2\varphi / \cos\varphi$$

Esfera.

$N\varphi \cdot 2\pi r \cdot sen\,\varphi_0 = -\int P_v \cdot 2\pi R sen\varphi \, ds; \; ds = R d\varphi$

$N\varphi \cdot 2\pi R \, sen\,\varphi_0 \, sen\,\varphi_0 = -\int_0^{\varphi_0} P_v \cdot 2\pi R \cdot sen\varphi \cdot R d\varphi$

$$N\varphi = -\frac{1}{sen^2\varphi_0}\int_0^{\varphi_0}\left(P_v \, R \, sen\,\varphi\right) d\varphi$$

$$N\varphi = -\frac{P_v R}{sen^2\varphi_0}\left(-\cos\varphi_0 + 1\right) = -\frac{P_v R}{1 + \cos\varphi_0}$$

$N\theta = -P_r \cdot R - N\varphi$

$$N\theta = -P_v \cdot \cos\varphi \cdot R + N\varphi$$

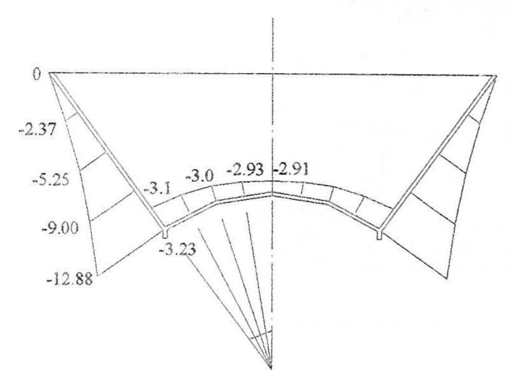


Diagrama Nφ. KN.

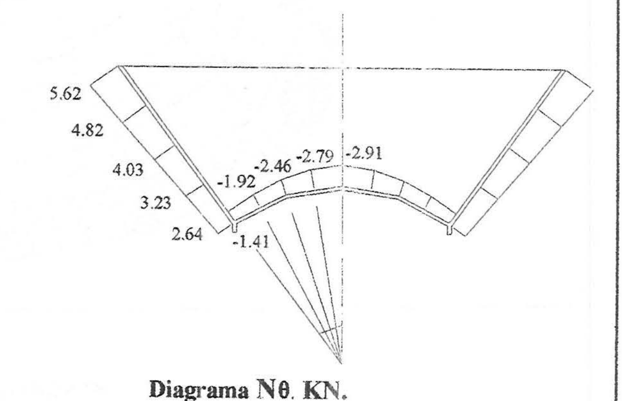
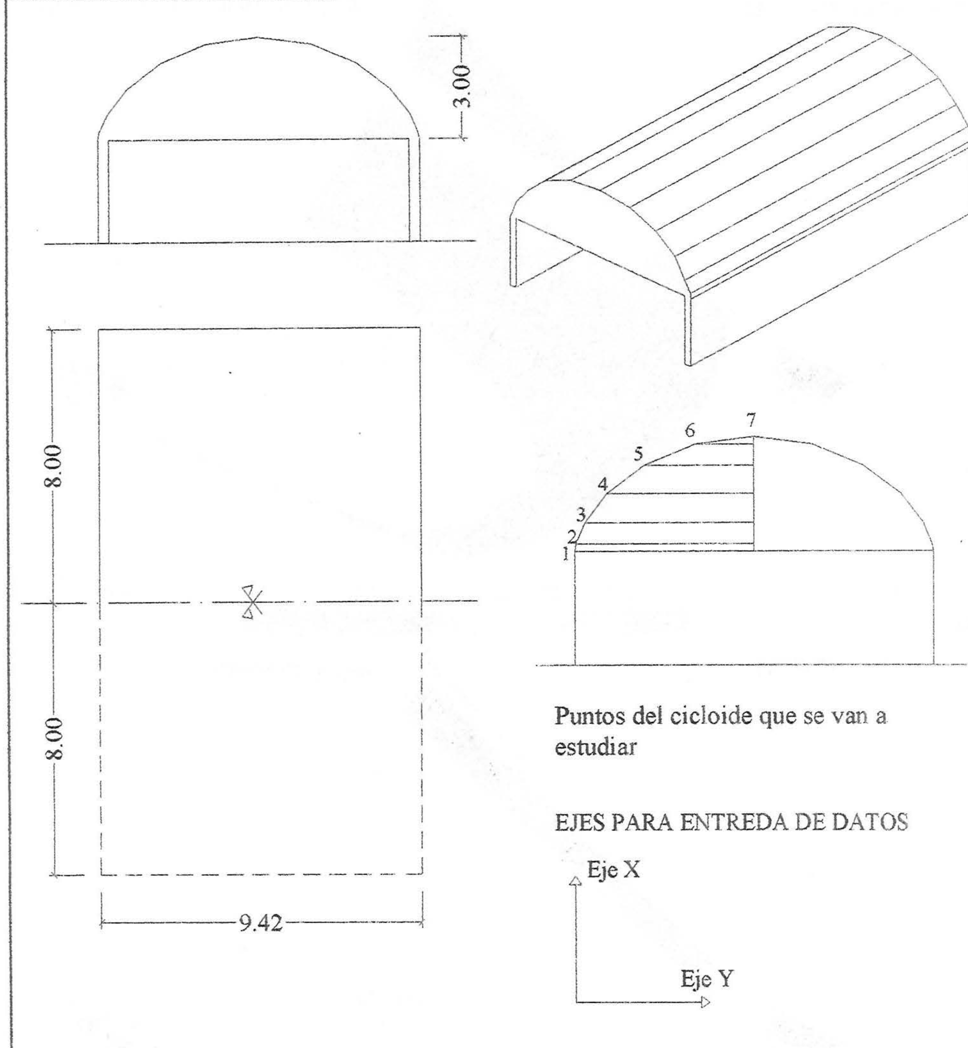


Diagrama Nθ. KN.

DEPARTAMENTO ESTRUCTURAS DE EDIFICACION
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA
U.P.M. MADRID



Puntos del cicloide que se van a estudiar

EJES PARA ENTREDA DE DATOS

UNIONES:

Nudos en tímpano: (0,U2,U3)

Nudos en plano de simetría: (U1,0,0,0,R2,R3)

CARGAS:

Sobrecarga: 1.5KN/m²

Peso propio: 2.5KN/m²

(peso especifico 25KN/m³ espesor de la lamina 0.1m)

LAMINA CILINDRICA DE DIRECTRIZ CICLOIDE.

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCACIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES.
KN-m

4. ABRIR NUEVO ARCHIVO.
file
new model
creamos la red sobre la que definiremos la estructura (explicaremos este caso).

NEW MODEL
cartesian (coordenadas cartesianas)
number of grid spaces

x direction	2
y direction	12
z direction	6

grid spacing

x direction	4
y direction	1
z direction	0.5

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.

Se ha de ajustar le red definida a los puntos que nos configuran el cicloide. Movemos la direccion Y y Z

Direccion Y

Valores de la red: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Valores del cicloide: 0,1.53,2.86,3.85,4.44,4.71

Los demás valores de la red del cicloide son simétricos a los anteriores

Direccion Z

Valores de la red: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Valores del cicloide: 0,0.20,0.75,1.50,2.25,2.79,3

Una vez definida le malla añadimos nudos para la definición de la lamina

add special joint: Marcamos con el puntero los nudos que hemos definido para construcción del cicloide

Draw shell element

select all: Se crean elementos planos que van apoyados en ambas directrices.

edit

mesh shells

mesh into 1 by 8 shells

set elements

shells local axes Se comprueba que la orientación de los ejes locales es la correcta

6. CONDICIONES DE CONTORNO

Seleccionamos los nodos del tímpano

Assign joint restraints

Tranlation 2 y translation 3

Seleccionamos los nodos de la simetría

Translation 1

Rotation about 2

Rotation about 3

7. MATERIAL.

Define material: concrete

8. SECCIONES.

Define shell sections

thickness

membrane 0.1 **type:** shell
bending 0.1

9. ESTADOS DE CARGA.

define static load cases

load case 1 (peso propio)

Self weight multiplier 1.6. Aplicamos la carga como un multiplicador del peso propio.

load case 2 (sobrecarga de nieve): carga viva (live) multiplicador=0

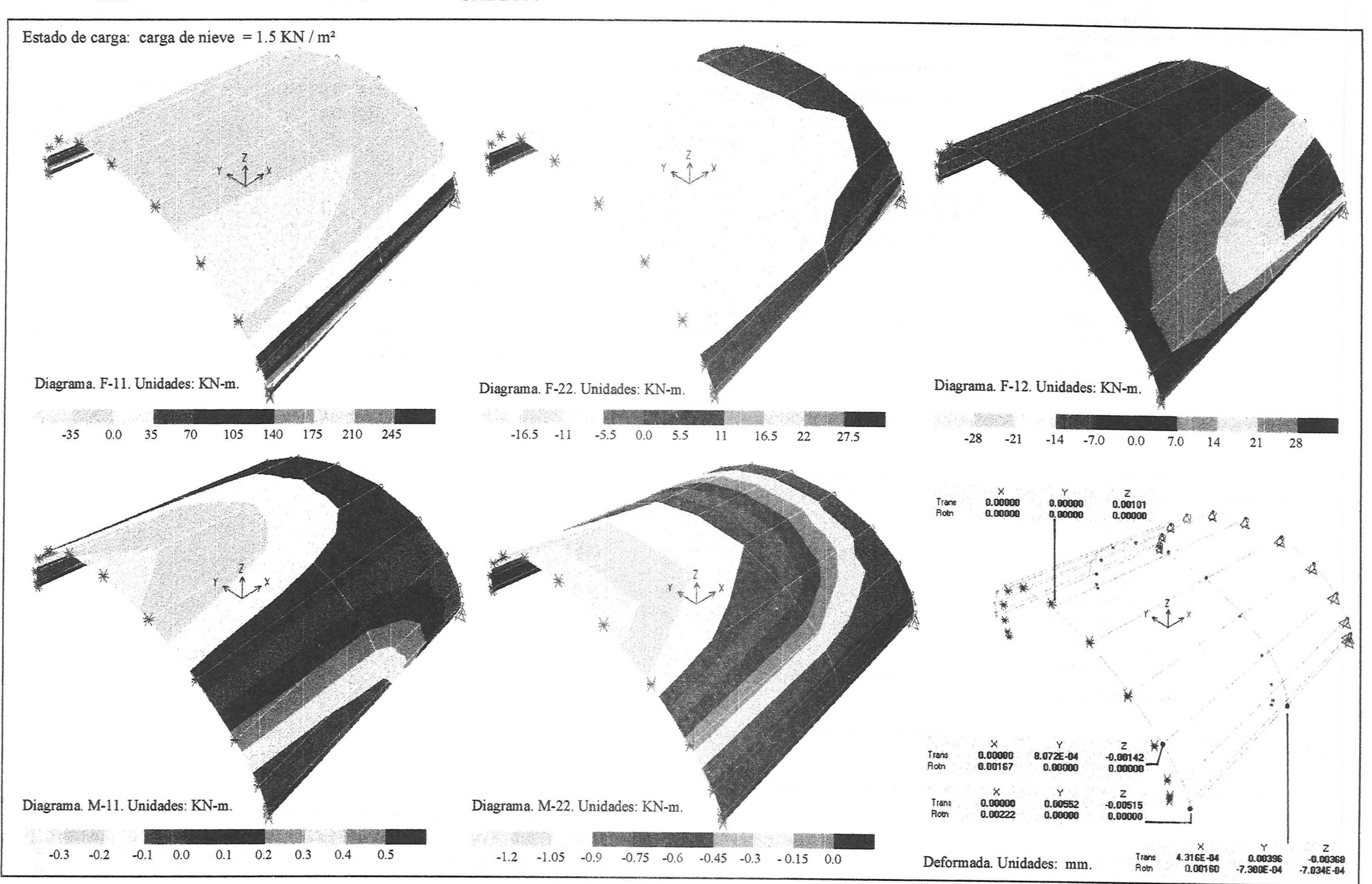
select all

assing shell static loads gravity: z= -1

shell uniform

gravity: 1.5

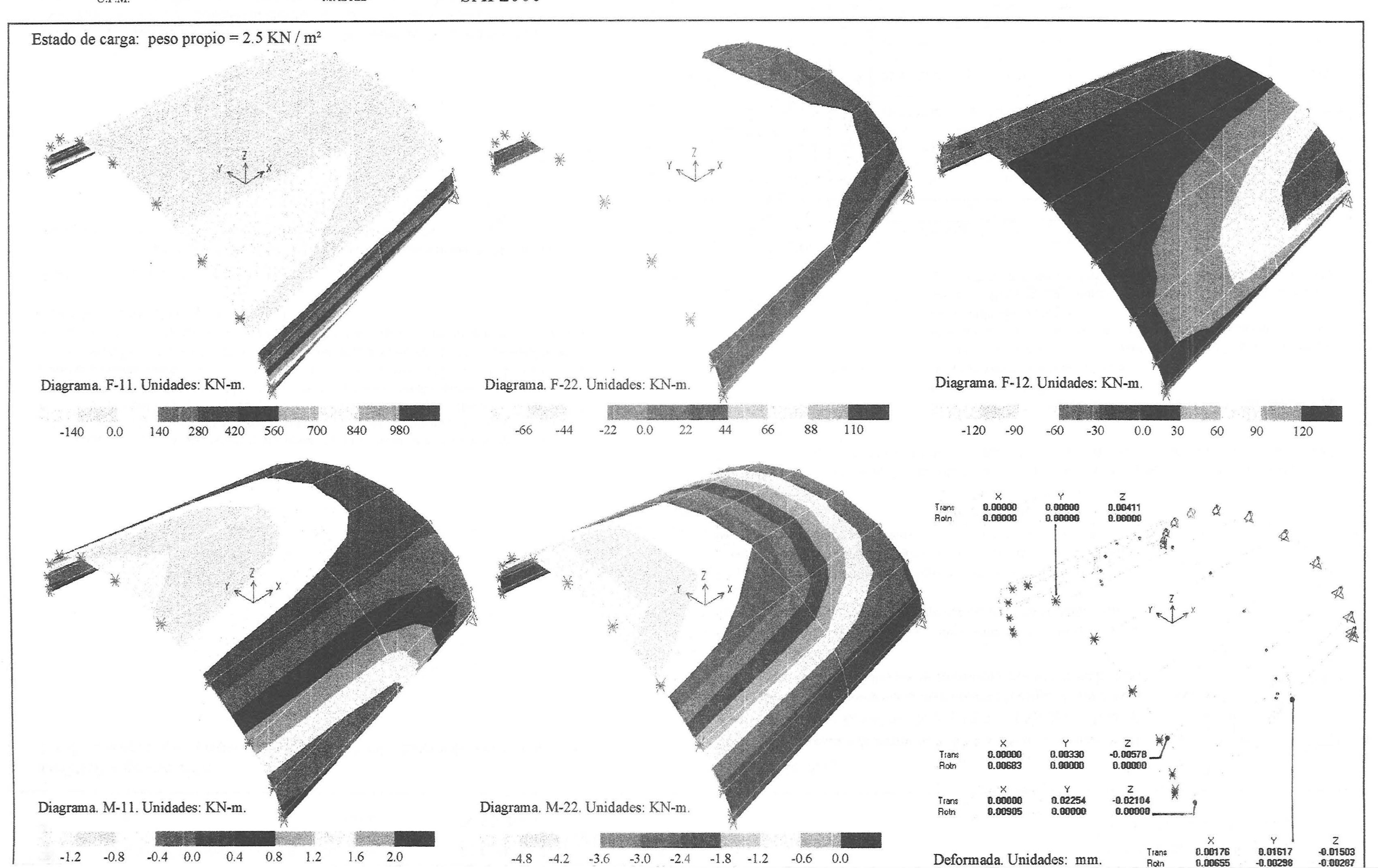
10. ANÁLISIS: **run analysis**


Estado de carga: carga de nieve = 1.5 KN / m²
Diagrama. F-11. Unidades: KN-m.
-35 0.0 35 70 105 140 175 210 245
Diagrama. F-22. Unidades: KN-m.
-16.5 -11 -5.5 0.0 5.5 11 16.5 22 27.5
Diagrama. F-12. Unidades: KN-m.
-28 -21 -14 -7.0 0.0 7.0 14 21 28
Diagrama. M-11. Unidades: KN-m.
-0.3 -0.2 -0.1 0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5
Diagrama. M-22. Unidades: KN-m.
-1.2 -1.05 -0.9 -0.75 -0.6 -0.45 -0.3 - 0.15 0.0
Deformada. Unidades: mm.
X Y Z
Trans 0.00000 0.00000 0.00101
Rotn 0.00000 0.00000 0.00000
X Y Z
Trans 0.00000 8.072E-04 -0.00142
Rotn 0.00167 0.00000 0.00000
X Y Z
Trans 0.00000 0.00552 -0.00515
Rotn 0.00222 0.00000 0.00000
X Y Z
Trans 4.316E-04 0.00396 -0.00368
Rotn 0.00160 -7.300E-04 -7.034E-04

ESTRUCTURAS III
SAP2000

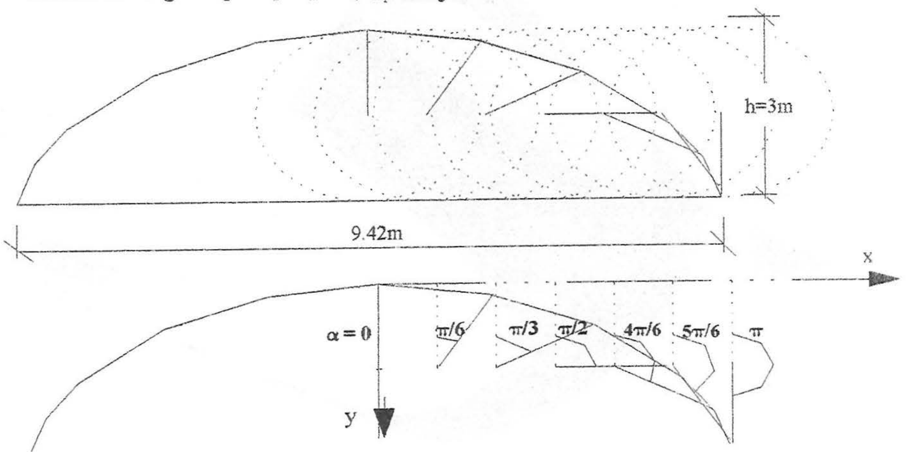
16. LAMINA CICLOIDE.
Resultados. Peso propio.

Estado de carga: peso propio = 2.5 KN / m²



Definición geométrica:

Estado de carga 1: peso propio ($\rho_{esp.\ hormigón}$ =25KN/m³). Espesor de la membrana: 0.1m

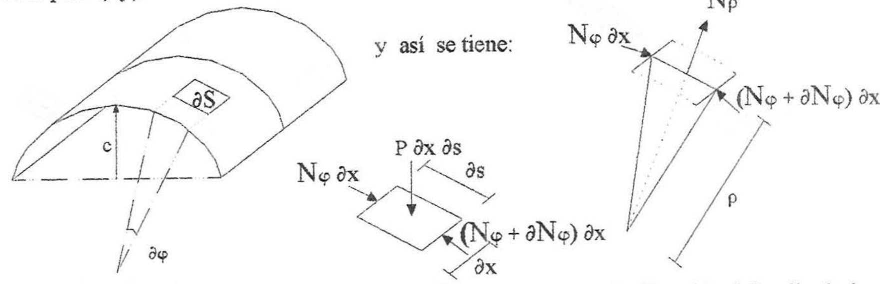


El cicloide es la curva que describe un punto de una circunferencia de radio h/2 al girar sobre una línea recta. Así, el valor del radio es función de la curvatura $\rho = c \cdot \cos^n\varphi$, siendo n=1 en el caso del cicloide. Partiendo de $\alpha = 0$ como punto origen (clave del cicloide), el punto que coincide con α =180 define el extremo de media curva. Conociendo las ecuaciones paramétricas: $x= r \cdot (\varphi + \text{sen}\varphi)$; $y= r \cdot (1 - \cos\varphi)$ siendo $r = h/2$, se definen los puntos en función de los ángulos elegidos (en este caso se han elegido los señalados en la figura). Con los valores de α, se calcularán los ángulos φ sabiendo que, por geometría (véase fig. a la derecha): $\text{tg}\varphi = - \text{sen}\alpha / (1+ \cos\alpha)$.

Valores de Nφ y Nρ.

Analizando la estructura como membrana, el valor de **Nφ** es función de la curvatura en cada punto, y, considerando un elemento diferencial de superficie:

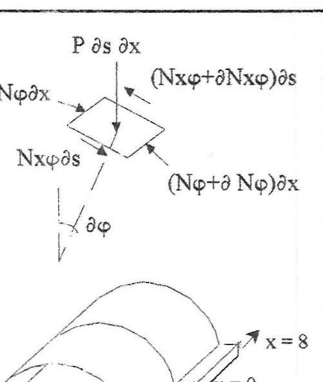
y así se tiene:



Por tanto, el valor de **Nφ** debe contrarrestar la componente en la dirección del radio de la carga que actúa sobre el elemento diferencial; como en este caso, la carga es vertical tiene que contrarrestar un valor igual a $P\cos\varphi\partial x ds$, si $N\varphi\ \partial x/\rho = N\rho/ds$, $N\rho = N\varphi\ \partial x\partial s/\rho$, entonces:
$N\varphi\ \partial x\partial s/\rho + P\cos\varphi\ \partial x\partial s = 0$ ⟶ $N\varphi/\rho = -P\cos\varphi$ como $\rho = c \cdot \cos\varphi$ ⟶ $\boxed{N\varphi = -P \cdot c \cdot \cos^2\varphi}$
El valor del esfuerzo en la dirección del radio será entonces: ⟶ $\boxed{N\rho = N\varphi/\rho = -P\cdot\cos\varphi}$

Valores de Nxφ.

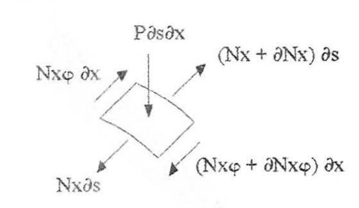
Planteando la ecuación de equilibrio: $\partial N\varphi + \partial Nx\varphi + P \cdot \text{sen}\varphi\partial x\partial s = 0$
$N\varphi\partial x + (N\varphi + \partial N\varphi)\ \partial x = \partial N\varphi$; $Nx\varphi\partial s + (Nx\varphi + \partial Nx\varphi)\partial s = \partial Nx\varphi$, de forma que, siendo la componente horizontal de la carga $P \cdot \text{sen}\varphi\ \partial x\ ds$, sustituyendo las diferenciales por su crecimiento por unidad de longitud y Nφ por su valor:
$\partial Nx\varphi / \partial x = - 3P\text{sen}\varphi$ ⟶ $\boxed{Nx\varphi = -3Px\cdot \text{sen}\varphi + C_1(\varphi)}$, donde $C_1(\varphi)$ es una constante de integración que depende de la forma de sustentación.



En el caso de la viga biapoyada, $Nx\varphi = 0$ en el centro por antimetría d cortantes. Considerando el origen $x = 0$ en dicho punto tenemos qu para $x=0$ $Nx\varphi=0 = -3P\cdot 0\cdot \text{sen}\varphi+C_1(\varphi)$, y por tanto, $C_1(\varphi) = 0$.

Valores de Nxφ

Para calcular los valores de Nx, se planteará el equilibrio en el elemento diferencial de forma que observando la figura tenemos, siendo la carga P vertical (no produce componente en esa dirección):
$\partial Nx\ \partial s + \partial Nx\varphi\ \partial x = 0$.



Sustituyendo los valores de ∂Nx y $\partial Nx\varphi$ por su crecimiento por unidad de longitud:
$\partial Nx=\partial Nx\partial x/\partial x$ y $\partial Nx\varphi=\partial Nx\varphi\partial s/\partial s$ queda:
$\partial Nx / \partial x + \partial Nx\varphi / \partial s = 0$, expresión que refleja el incremento unitario de las tensiones en el eje x. Despejando $\partial Nx/\partial x$ e integrando dicha expresión:
$\boxed{Nx=(3/c)\cdot Px^2/2+C_2(\varphi)}$, donde $C_2(\varphi)$ es una constante de integración que, para $x=\pm 8$ ⟶ $Nx=0=3P\cdot 8^2/2+C_2(\varphi)$ y, por tanto $C_2(\varphi) = -16P$.

α	x	y	φ	Nρ	Nφ	$Nx\varphi=3t_x\cdot \text{sen}\varphi+C_1(\varphi)$; $t_x=-P\cdot x$					$Nx=3m_x/c+C_2(\varphi)$; $m_x=Px^2/2$					c	ρ = c cosφ
						8	4	0	-4	-8	0	±2	±4	±6	±8		
0	0	0	0	-2.5	-15	0	0	0	0	0							6
π/6	1.53	0.2	-14.57	-2.42	-14.1	15.1	7.55	0	-7.55	-15.1							5.80
π/3	2.86	0.75	-29.68	-2.17	-11.32	29.7	14.85	0	-14.85	-29.7							5.213
π/2	3.85	1.5	-45	-1.76	-7.5	42.4	21.21	0	-21.21	-42.4	-40	-37.5	-30	-17.5	0	6	4.243
4π/6	4.44	2.25	-59.97	-1.25	-3.76	51.9	25.97	0	-51.9	-25.97							3.003
5π/6	4.67	2.79	-75	-0.65	-1.005	57.96	28.98	0	-28.98	-57.96							1.55
π=180	4.71	3	-90	0	0	60	30	0	-30	-60							0

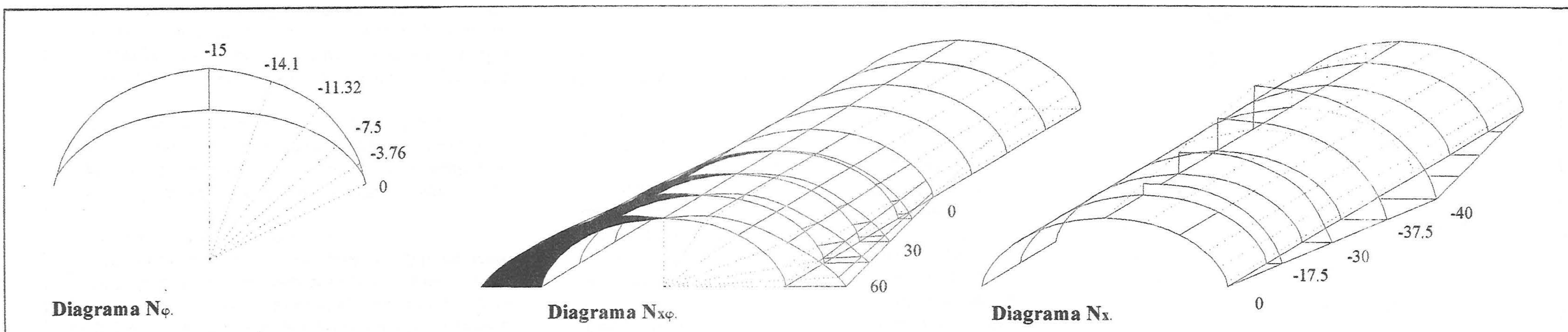
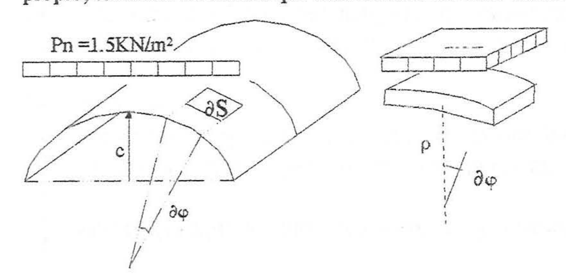


Diagrama N_φ. Diagrama $N_{x\varphi}$. Diagrama N_x.

Estado de carga 2: carga debida a sobrecarga de nieve Pn = 1.5KN/m².

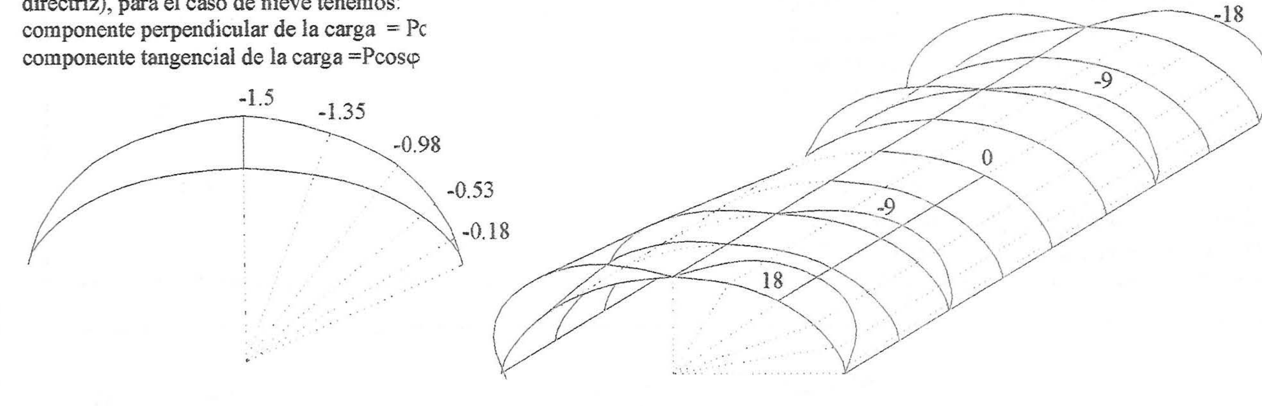
El análisis se realiza siguiendo el planteamiento expuesto para la hipótesis de carga de peso propio, teniendo en cuenta que a diferencia del caso anterior en el que la carga se distribuye en la dirección perpendicular a la directriz en cada punto, para el caso de nieve hay que proyectar la carga sobre dicha dirección, de manera que la proyección de la carga sobre la directriz suponiendo un elemento diferencial es Pn cosφ ∂x ∂s.



Por tanto, las ecuaciones serán las obtenidas para el caso anterior, teniendo en cuenta que, si antes no existía componente horizontal de la carga (ya que ésta era perpendicular a la directriz), para el caso de nieve tenemos:
componente perpendicular de la carga = Pc
componente tangencial de la carga =Pcosφ

Tabla de valores obtenidos para sobrecarga de nieve=1.5KN/m².

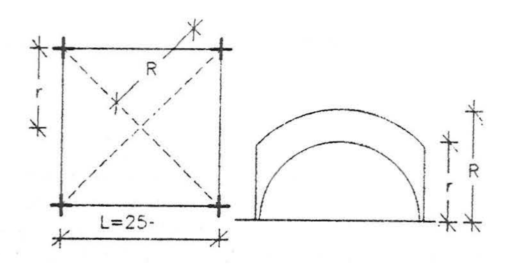
α	x	y	φ	Nρ	Nφ	$N_{x\varphi}=3t_x \cdot sen\varphi+C_1(\varphi)$; $t_x=-P\cdot x$					$N_x=3m_x/c+C_2(\varphi)$; $m_x=Px^2/2$					c	$\rho = c\cos\varphi$
						8	4	0	-4	-8	0	±2	±4	±6	±8		
0	0	0	0	0	-1.5	0	0	0	0	0	-36	-33.75	-27	-15.75	0		6
π/6	1.53	0.2	-14.57	0.036	-1.35	8.76	4.38	0	-4.38	-8.76	-34.84	-32.66	-26.13	-15.24	0		5.80
π/3	2.86	0.75	-29.68	0.56	-0.98	15.5	7.74	0	- 7.74	-15.5	-31.27	-29.32	-23.45	-13.68	0		5.213
π/2	3.85	1.5	-45	0.53	-0.53	18	9	0	-9	-18	-25.45	-23.86	-19.1	-11.13	0	6	4.243
4π/6	4.44	2.25	-59.97	0.325	-0.18	15.6	7.8	0	-7.8	-15.6	-18.01	-16.89	-13.51	-7.88	0		3.003
5π/6	4.67	2.79	-75	0.097	-0.02	9	4.5	0	-4.5	-9	- 9	-8.73	-6.98	-4.07	0		1.55
π=180	4.71	3	-90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0



-36
-33.75
-27
-15.75
0

Diagrama N_φ. Diagrama $N_{x\varphi}$. Diagrama N_x.

Definición geométrica con Autocad 3D.-



Discretización paralela a las líneas de contorno:

Se dibuja el cuadrado proyección de la cúpula, cuyo lado sea de 25 m. Se traza la circunferencia que pasa por sus esquinas.

Se dibujan las circunferencias contenidas en planos verticales que pasan por los lados del cuadrado, de radio 12,5 m.

Para definir **la octava parte** de la superficie de la cúpula, en la que vamos a trabajar, se traza el meridiano que pasa por los vértices opuestos del cuadrado y centro, el centro de éste (R=17,68 m.); se traza el meridiano situado a 45º del anterior, hasta que corte al circulo paralelo de borde de r=12,5 m. en su punto mas alto.

Con el contorno exterior de la octava parte de la superficie, limitada entre dos de sus plano de simetría, se puede proceder a formar un apoyo que no sea puntual: se "estira" el círculo de paralelo, por ejemplo 0,5 m.

Se divide la superficie a partir del dibujo de superficies definidas por cuatro lados: seleccionando los 4 límites (los dos arcos de meridiano, el arco de paralelo y el apoyo estirado), se divide automáticamente por defecto , en este caso en 6 partes cada límite.

Si se tiene decidida otra división que se considera mas apropiada, por ejemplo, lados largos en 10 partes, cortos en 6, modificar variables surftab1 y surftab2 en 6 y 10 respectivamente. Seleccionar los cuatro límites y se divide con éstas condiciones.

La división obtenida está hecha con polilíneas curvas, por lo que la superficie sigue siendo contínua. El programa de cálculo entiende la superficie aproximada por facetas. Para transformarlo, se selecciona todo y se "explota", pasando a estar definido como si se hubiera empleado la orden 3Dcaras en su dibujo. Pasar todas las "facetas" a la capa SAP_SHELLS. Nombrar el archivo y salvarlo como DXF (mejor en la versión mas baja de Autocad que se pueda permitir).

Discretización en meridianos y paralelos:

Con los límites dibujados, dividir el radio vertical en un número de partes (p.e.:10); esto crea arcos desiguales: interpolar divisiones adicionales en la parte superior. Por cada punto de división dibujar los paralelos, recortando la parte que sobresale de los límites.

Trazar los meridianos que dividen el sector (p.e.5) y recortamos la parte que queda fuera de nuestra superficie. Se tiene una superficie curva dividida por polilíneas curvas con puntos de intersección. Cada recuadro de la división se covertirá en una 3dcara. Para ello, con la orden del mismo nombre señalaremos los vértices de la superficie dividida, siempre en sentido horario. Iremos recuadro por recuadro. Una vez creadas, pasaremos todas las "facetas" 3dcaras a una capa nueva que llamaremos SAP_SHELLS. Archivar como DXF.

Manipulación del archivo para que pueda ser leido por la versión educativa.-

Editar el archivo, por ejemplo en MS DOS: C:> edit arch.DXF. Buscar "entities". Seleccionar las líneas desde el inicio hasta el 0 de la secuencia:

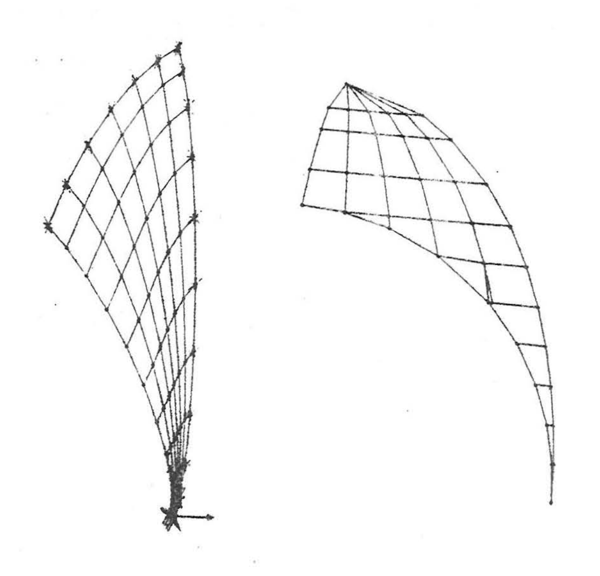
0
section
nº
entities...

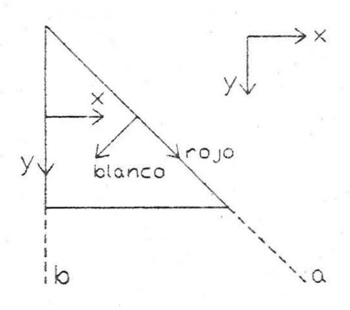
Borrar las líneas seleccionadas y guardar.

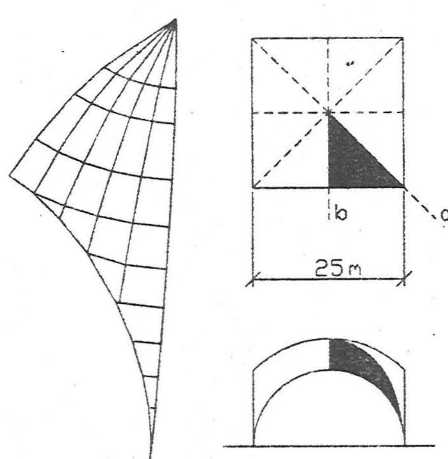
O bien, seleccionar desde el 0 de la secuencia hasta el final. Copiar. Crear archivo nuevo. Pegar.

Dentro del programa de cálculo, importar el archivo DXF, seleccionando el eje vertical del dibujo y las unidades en que fue dibujado.

A continuación, lo más practico es cambiar los ejes generales a un punto cómodo que elijamos. Leer las coordenadas de ese nudo, o deducirlas si se trata de un punto que no se corresponde con un nudo, y hacer un cambio de sistema : Options. Set cocodinate system. Add... Advanced. Coordenadas del punto elegido.







Apoyos:

Apoyo: articulación U1, U2, U3

Condiciones de simetría en el plano "a" : U2, R1, R3

Condiciones de simetría en el plano "b" : U1, R2, R3

Condiciones de simetría en la clave: U1; U2, R1, R2, R3

Secciones:

Las secciones son variables, partiendo de un espesor en el apoyo de 0.35m; seguidamente el espesor disminuye a 0.2m, para aligerarse a su vez en la zona superior hasta un espesor de 0.05m (sólo aquí se comporta como lámina).

Por otro lado, a lo largo del borde libre, el espesor de la sección toma un valor de 0.1m.

Cargas:

Estado 1: Peso propio: shell gravity loads Z= -1kn/m2

Estado 2: Nieve: Z= -0.8 kn/m2

CÚPULA

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCATIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES. (Kn, m)

4. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.

En este ejemplo la geometría se importa de AutoCad como archivo. DXF. (ver hoja explicativa)

5. CONDICIONES DE APOYO.

assign joint restraints

6. MATERIAL.

define materials

concrete

weight per unit volume	25
modulus of elasticity	2E7
poisson's ratio	0.1

7. SECCIONES.

define shell sections

. **sección nº 1:**
thickness: membrane 0.35
bending 0.35
type: shell

. **sección nº2:**
thickness: membrane 0.1
bending 0.1
type: shell

. **sección nº3:**
thickness: membrane 0.05
bending 0.05

. **sección nº4:**
thickness: membrane 0.2
bending 0.2

8. ESTADOS DE CARGA.

define static load cases

Peso propio **self weight multiplier 1**

Nieve **self weight multiplier 0**

select all (peso propio)

assign shell static loads gravity z=-1

select all (nieve)

assign shell static loads uniform Z= -0.8

9. PLANOS DE SIMETRÍA

Los ejes globales de estructura que se importan desde AutoCad 14 gobiernan la misma, es decir, que para definir la simetría del plano "b" habrá que guiarse por ellos, ya que "b" es coplanario a "yz", y por consiguiente, los ejes de punto coinciden con los globales de estruct. Sin embargo, en el caso del plano "a", debemos modificar el sentido de los ejes de punto, girándolos hasta conseguir que uno de ellos sea perpendicular al mismo plano de simetría "a". (ver figura)

9.1. GIRO DE EJES

assign

joint

local axes

rotations in degrees

En nuestro caso Z= 45°

10. ANALISIS.

run analysis

Estado de carga: Peso propio =1KN / m²

Joint ID 1

	X	Y	Z
Trans	0.00000	0.00000	-0.02348
Rotn	0.00000	0.00000	0.00000

Joint ID 65

	X	Y	Z
Trans	0.00000	-0.00621	-0.01754
Rotn	-4.946E-04	0.00000	0.00000

Deformada. Unidades: mm.

Diagrama. F-11. Unidades: KN-m.

-18.2 -15.6 -13 -10.4 -7.8 -5.2 -2.6 0.0 2.6 E+3

Diagrama. F-22. Unidades: KN-m.

-3.15 -2.7 -2.25 -1.8 -1.35 -0.9 -0.45 0.0 0.45 E+3

Diagrama. F-12. Unidades: KN-m.

-3.85 -3.3 -2.75 -2.2 -1.65 -1.1 -0.55 0.0 0.55 E+3

Diagrama. M-11. Unidades: KN-m.

-140 -105 -70 -35 0.0 35 70 105 140

Diagrama. M-22. Unidades: KN-m.

-160 -120 -80 -40 0.0 40 80 120 160

Diagrama. M-12. Unidades: KN-m.

-35 0.0 35 70 105 140 175 210 245

Estado de carga: Nieve = 0.8 KN / m²

Deformada. Unidades: mm.

Diagrama. F-11. Unidades: KN-m.

Diagrama. F-22. Unidades: KN-m.

Diagrama. F-12. Unidades: KN-m.

Diagrama. M-11. Unidades: KN-m.

Diagrama. M-22. Unidades: KN-m.

Diagrama. M-12. Unidades: KN-m.

Estado de carga: Peso propio + Nieve

Joint ID 1

	X	Y	Z
Trans	0.00000	0.00000	-0.03100
Rotn	0.00000	0.00000	0.00000

Joint ID 65

	X	Y	Z
Trans	0.00000	-0.00819	-0.02315
Rotn	-6.529E-04	0.00000	0.00000

Deformada. Unidades: mm.

Diagrama. F-11. Unidades: KN-m.

-24.5 -21 -17.5 -14 -10.5 -7 -3.5 0.0 3.5 E+3

Diagrama. F-22. Unidades: KN-m.

-3.85 -3.3 -2.75 -2.2 -1.65 -1.1 -0.55 0.0 0.55 E+3

Diagrama. F-12. Unidades: KN-m.

-5.25 -4.5 -3.75 -3 -2.25 -1.5 -0.75 0.0 0.75 E+3

Diagrama. M-11. Unidades: KN-m.

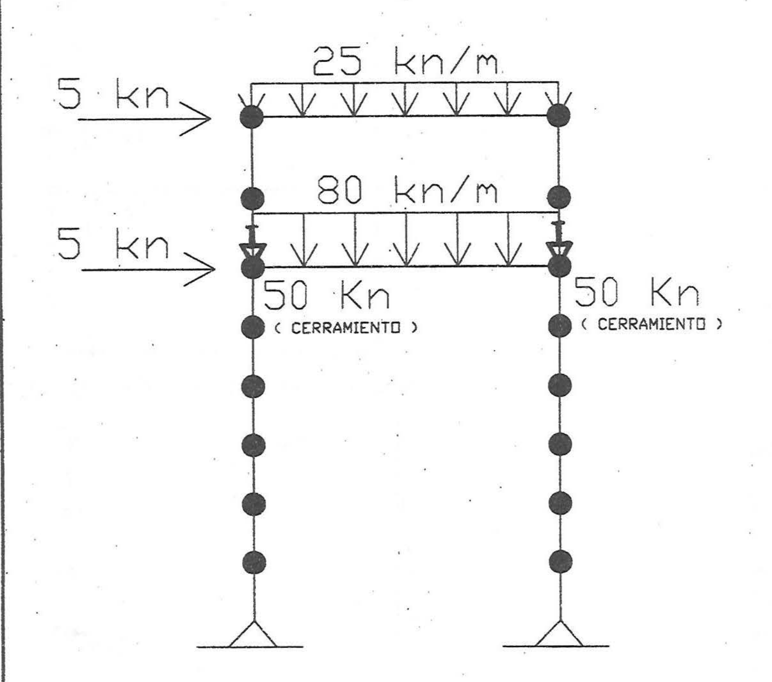
-180 -135 -90 -45 0.0 45 90 135 180

Diagrama. M-22. Unidades: KN-m.

-200 -135 -100 -50 0.0 50 100 150 200

Diagrama. M-12. Unidades: KN-m.

-45 0.0 45 90 135 180 225 275 315



Apoyos: articulaciones

Predimensionado:

soporte superior	(S1) :	HEB 160
soporte inferior	(S2) :	HEB 260
viga superior	(V1) :	IPE 270
viga inferior	(V2) :	IPE 450

P-DELTA

1. COMPROBAR CONFIGURACIÓN REGIONAL.

2. ENTRAR PROGRAMA SAP 2000 EDUCATIONAL.

3. ELEGIR UNIDADES. (Kn, m)

4. ABRIR ARCHIVO NUEVO.
En este ejemplo la definición del pórtico se explica de forma abreviada siendo tarea del usuario la elección de la red, las modificaciones que necesite, etc.
file
new model
cartesian
number of grid spaces
grid spacing
(definición de la red)

5. GEOMETRÍA DE LA ESTRUCTURA.
Los pilares se definen con puntos intermedios para aproximar más la solución
draw edit grid
(modificación de la red)
draw frame element

6. TIPO DE ENLACE ENTRE BARRAS.
Select all
assign
frame
releases *(no releases)*

7. CONDICIONES DE APOYO.
assign joint restraints

8. DEFINICIÓN DEL MATERIAL.
define
materials
steel
modify/ show material
modulus of elasticity 2. E8

9. SECCIONES.
Define
Frame
Sections

I / Wide Flange	S1	S2	V1	V2
Outside height	0.16	0.26	0.27	0.45
Top flange width	0.16	0.26	0.135	0.19
Top flange thickness	0.013	0.0175	0.0102	0.0146
Web thickness	8 E-3	0.01	6.6 E-3	9.4 E-3
Bottom flange width	0.16	0.26	0.135	0.19
Bottom flange thickness	0.013	0.0175	0.0102	0.0146

Asign frame sections
(asignamos las secciones a las barras que correspondan)

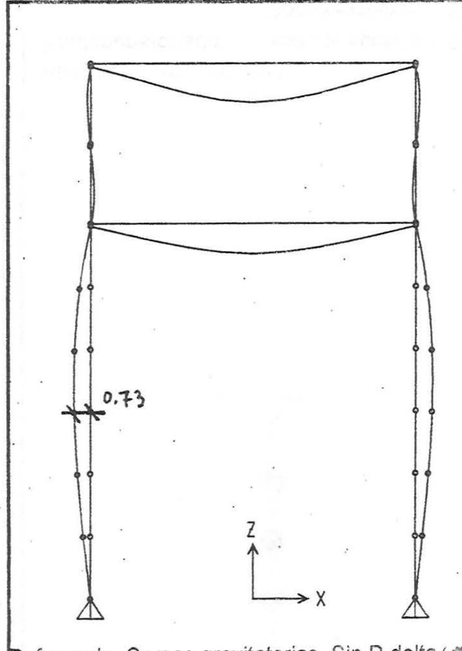
10. ESTADOS DE CARGA
Define static load cases

Carga gravitatoria	**Self weight multiplier 0**
Viento	**Self weight multiplier 0**

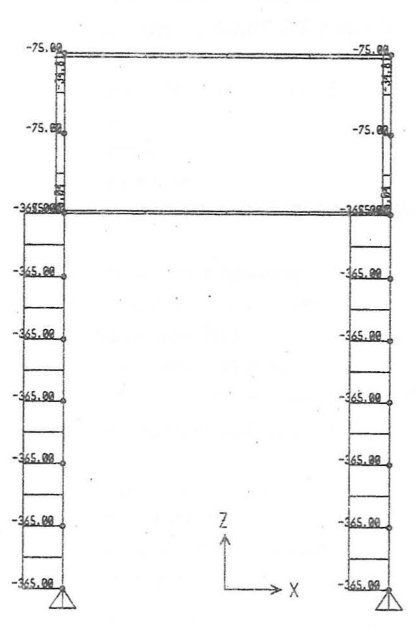
11. ANALISIS.
analyze
set options

available DOFs	UX, UZ, RY
include P-Delta	
set P-Delta parameters	
maximum iterations	5
relative tolerance-displacements	5 E-4
relative tolerance-forces	1 E-3
load case	carga grvitatoria
escale factor	1

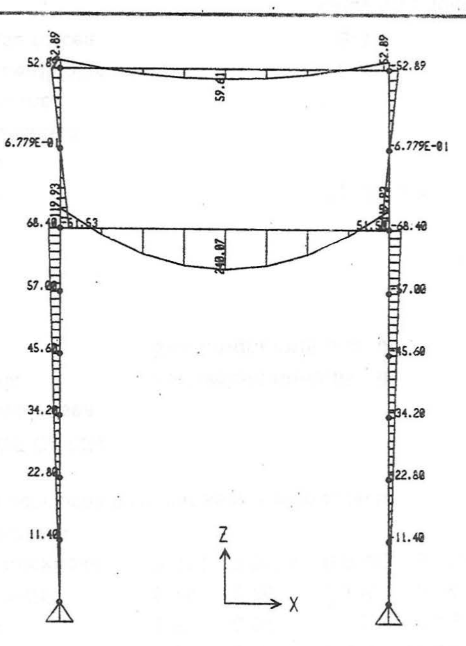
Run Analysis



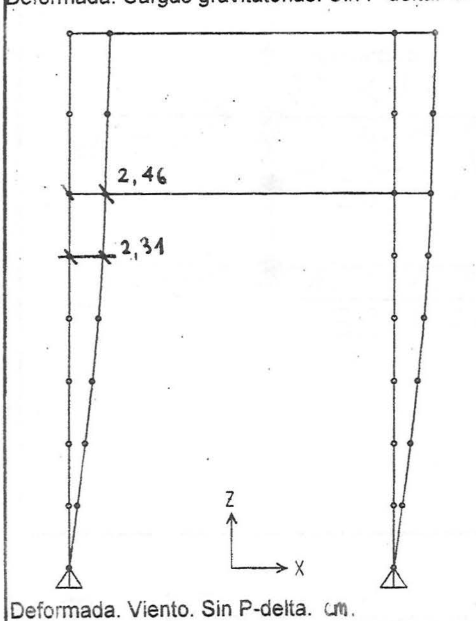
Deformada. Cargas gravitatorias. Sin P-delta. cm.



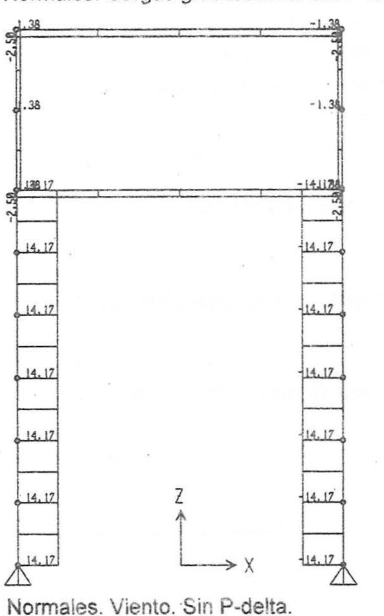
Normales. Cargas gravitatorias. Sin P-delta.



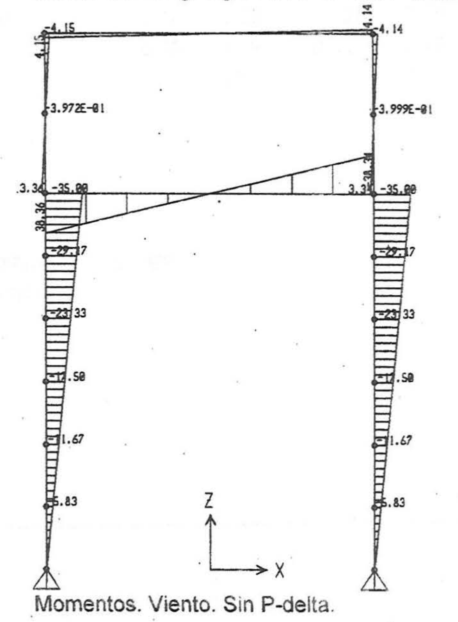
Momentos. Cargas gravitatorias. Sin P-delta.



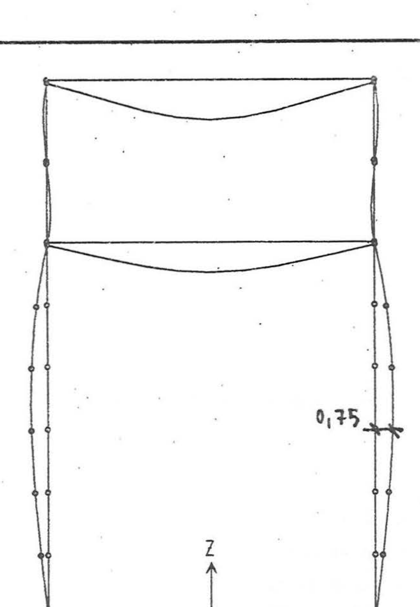
Deformada. Viento. Sin P-delta. cm.



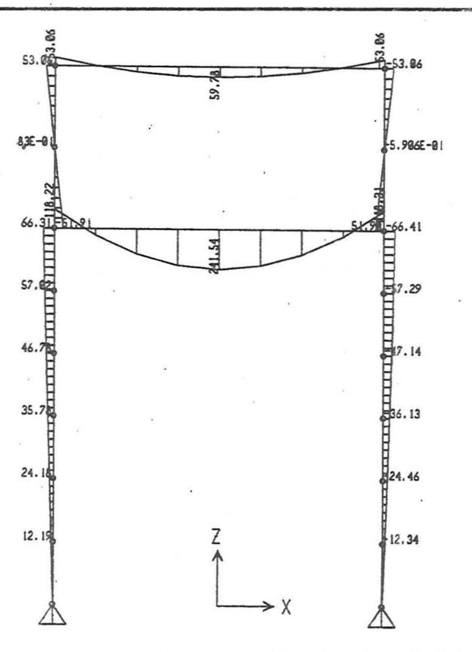
Normales. Viento. Sin P-delta.



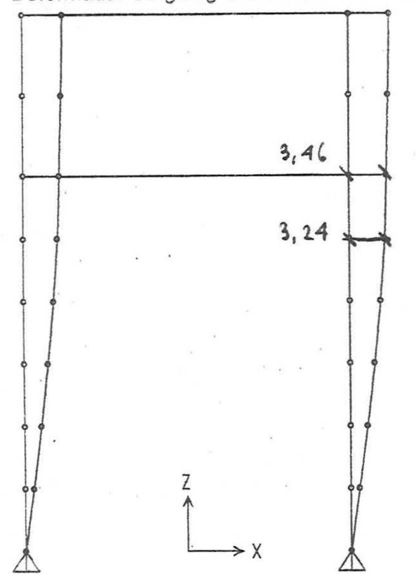
Momentos. Viento. Sin P-delta.



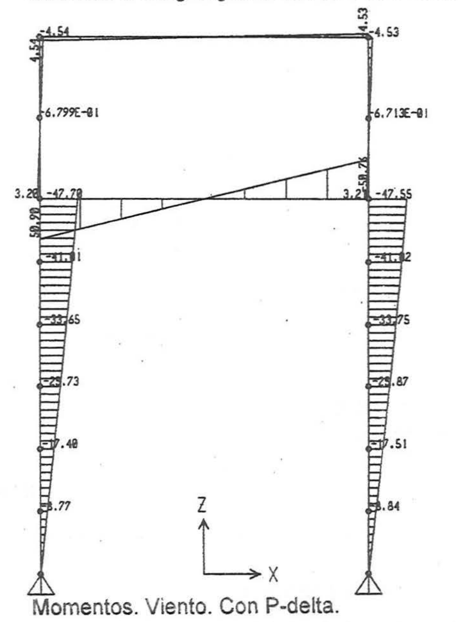
Deformada. Cargas gravitatorias. Con P-delta.



Momentos. Cargas gravitatorias. Con P-delta.

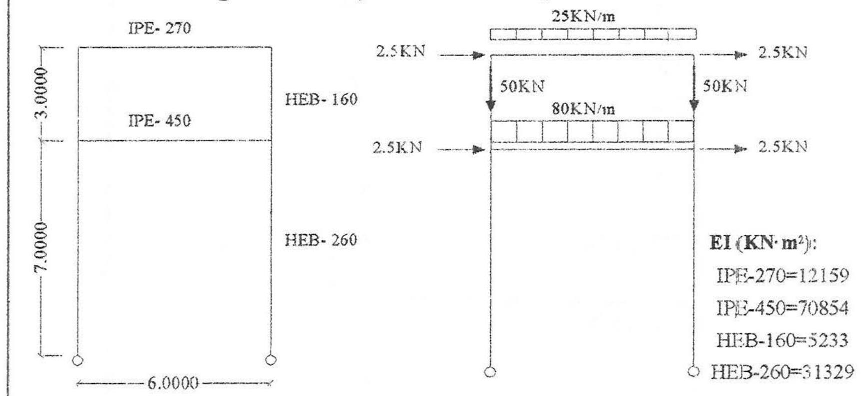


Deformada. Viento. Con P-delta.



Momentos. Viento. Con P-delta.

1. Definición geométrica y estado de cargas.



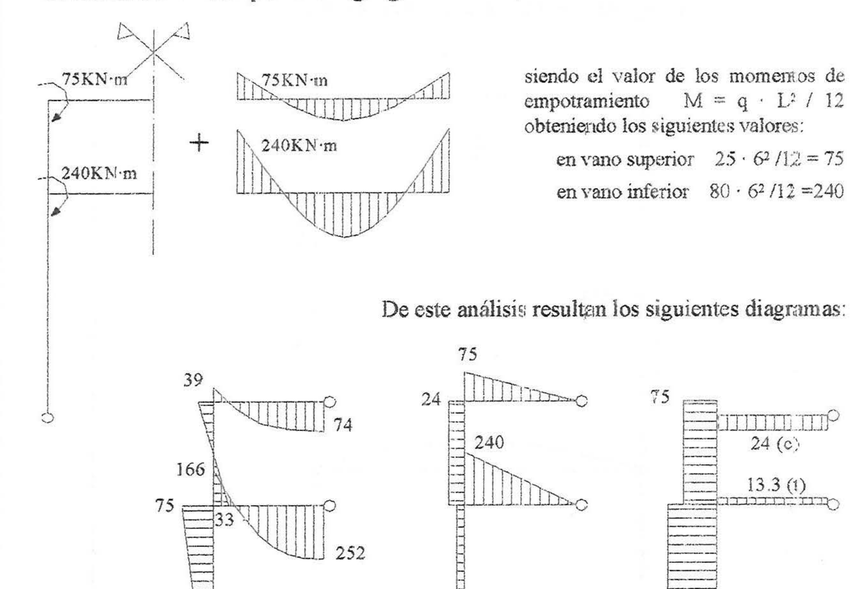
2. Análisis lineal para carga gravitatoria.

siendo el valor de los momentos de empotramiento $M = q \cdot L^2 / 12$ obteniendo los siguientes valores:

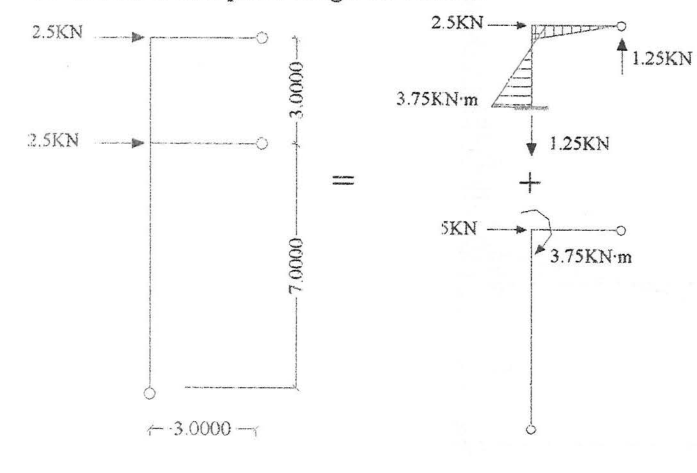
en vano superior $25 \cdot 6^2 / 12 = 75$

en vano inferior $80 \cdot 6^2 / 12 = 240$

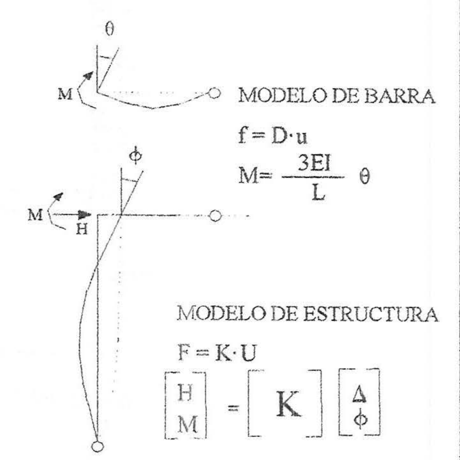
De este análisis resultan los siguientes diagramas:



3. Análisis lineal para carga de viento.



Analizando sólo la parte inferior de la estructura, con barras 1 y 2:



Así, para las barras 1 y 2 tenemos las siguientes matrices:

BARRAS:

$$f = D \quad u$$

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13427 & 0 \\ 0 & 70854 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

COMPATIBILIDAD:

$$u = B \quad U$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/7 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \phi \end{bmatrix}$$

de manera que la matriz de la estructura será:

MATRIZ DE LA ESTRUCTURA

$$u = B \quad U$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/7 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \phi \end{bmatrix}$$

$F = K\,U$; cargas $F = \begin{bmatrix} H \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3.75 \end{bmatrix}$

$U = K^{-}F$; desplazamientos $U = \begin{bmatrix} 22.08 \\ 0.55 \end{bmatrix} e\text{-}3 \begin{bmatrix} m \\ rad \end{bmatrix}$

3.75
3.75
35
38.75
Δ=2.208cm
ϕ =0.55 e-3rad

ESFUERZOS EN BARRAS:

$$f = D \cdot u = DBU = \begin{bmatrix} -35 \\ 38.75 \end{bmatrix}$$

Del análisis lineal se obtiene un desplazamiento Δ=2.208cm para H = 5KN, lo que supone una rigidez:

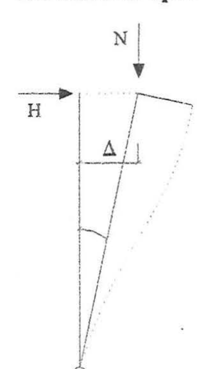
$$K = \frac{H}{\Delta} = \frac{5}{0.02208} = 226.5\text{KN/m}$$

Comprobación de resultados con los obtenidos mediante SAP 2000.

HEB-260: EI / E' I' = 31329 / (199 e6 x 1435 e-4) = 1097; 2.208cm x 1097 = 2.42cm.

Resultado de programa SAP 2000 = 2.46cm.

4. Primera aproximación: efecto de la deformación en la carga.



Carga horizontal: (trabajo con Δ=1 desde desplomada)

$Q = H + N\varphi$

Respuesta: según rigidez

$R = K\,\Delta$

SITUACIÓN CRÍTICA (CARGA CRÍTICA) CUANDO H=0 ($\varphi_H = 0$) y $N_K\varphi \equiv K\,\Delta$

$$N_K = K\,\Delta/\varphi = K\,L = 1585\text{KN}$$

SITUACIÓN DE EQUILIBRIO CON VIENTO (CARGA = RESPUESTA)

$$Q = R \longrightarrow H + N\varphi = K\,\Delta$$

$$K\,\Delta_H + N\varphi = K\,\Delta$$

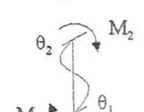
$$N_K\,\Delta_H/L + N\varphi = N_K\,\Delta/L$$

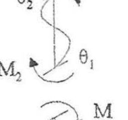
$$\Delta = \Delta_H \frac{1}{1 - \frac{N}{N_K}} = 2.2\,\frac{1}{1 - \frac{365}{1585}} = 2.86$$ (proceso de ampliación de flecha en 2° orden.)

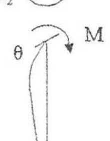
Es insuficiente al no considerar la pérdida de rigidez en barras por efecto del normal.

$$\begin{bmatrix} 2.75 & -1 \\ -1 & 2.75 \end{bmatrix}$$

5. Segunda aproximación: efecto de la carga en la rigidez a flexión.





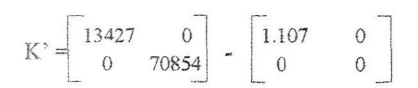


$$K = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \frac{3EI}{L}\begin{bmatrix} 2.75 & -1 \\ -1 & 2.75 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{EI}{L}\begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix} - \frac{N\,L}{15}\begin{bmatrix} 6.5 \end{bmatrix}$$

El pilar tiene N = 365 KN; despreciando el valor del axil en la viga.

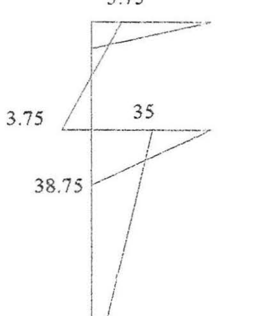
5.1. RIGIDEZ (vista desde las barras):



$$K' = \begin{bmatrix} 13427 & 0 \\ 0 & 70854 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.107 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Estructura: $B^T DB = K = \begin{bmatrix} 251.4 & -1760 \\ -1760 & 83174 \end{bmatrix}$

$$F = \begin{bmatrix} 5 \\ 3.75 \end{bmatrix} \longrightarrow U = K^{-}F = \begin{bmatrix} 23.7 \\ 0.55 \end{bmatrix} \text{e-3} \begin{matrix} \text{m} \\ \text{rad} \end{matrix}$$



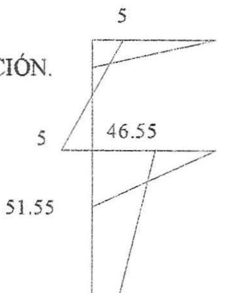
VALORES INICIALES.

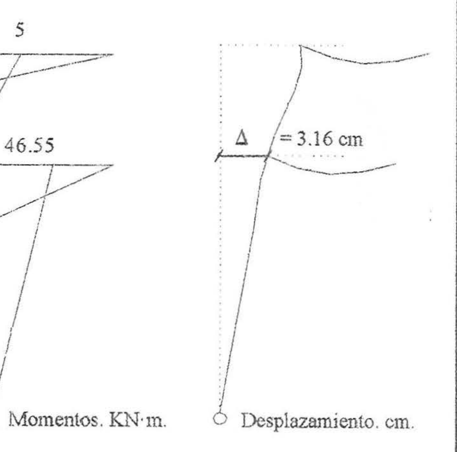
5.2. NUEVO CÁLCULO DE AMPLIFICACIÓN.

$K = H / \Delta = 5 / 0.0237 = 210\text{KN/m}$

$N_K = K \cdot L = 1470\text{KN}$

$$\Delta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_K}} = \frac{1}{1 - \frac{365}{1470}} = 1.33$$





VALORES AMPLIFICADOS.

Comprobación de resultados con los obtenidos mediante SAP 2000.

HEB-260: EI / E' I' = 31329 / (199 ·e6 x 1435 ·e-4) = 1097; 3.16cm x 1097 = 3.46cm.

Resultado de programa SAP 2000 = 3.46cm.

Otro modo de aproximación de $N'_K \longrightarrow \delta$.

$$\left\{\begin{bmatrix} 274 & -1918 \\ -1918 & 84281 \end{bmatrix} - B^T\begin{bmatrix} 6.5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\frac{N'_K\,7}{15}\,B\right\}\begin{bmatrix} \Delta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N'_K\Delta/L \\ 0 \end{bmatrix} \text{ como } \begin{bmatrix} N'_K\Delta/L \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N'_K/L & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta \\ \phi \end{bmatrix}$$

Basta que la matriz sea singular

$$\begin{bmatrix} 274 & -1918 \\ -1918 & 84281 \end{bmatrix} - N'_K\left\{\begin{bmatrix} 0.0619 & -0.433 \\ -0.433 & 3.033 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/7 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}$$ resulta $N'_K = 1221\text{KN}$.

$\alpha = 1.426$, que con $\Delta_{inicial} = 2.208$ se obtiene $\Delta = \Delta_{inicial} \cdot \alpha = 2.208 \times 1.426 = 3.15\text{cm} \approx$ solución anterior.

NOTAS

CUADERNO

89.01

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN

http://www.aq.upm.es/of/jherrera

jherrera@aq.upm.es

